

S₄ 방법을 이용한 선대칭 원주형 계에서의 복사열전달의 해석

김태훈, 박홍목
서강대학교 화학공학과

Analysis of Radiative Heat Transfer in Axisymmetric Cylindrical Enclosure
Using the S₄ Discrete Ordinates Method

Tae Hoon Kim, Hung Mok Park
Department of Chemical Engineering, Sogang University

서론

보일러나 노처럼 높은 온도가 발생하는 연소 장치들에서는 복사열전달이 주된 에너지 전달의 형태이며, 이때의 복사열 전달은 내부의 부유 입자들에 의해 산란, 흡수 그리고 방사되어서 매우 복잡한 양상을 이루게 된다[1,2]. 이러한 연소 장치의 예로는 pulverized coal combustor를 들 수 있으며, 그 내부의 복잡한 복사열전달을 해석하기 위한 믿을 만하고, 정확한 알고리즘은 연소 공정의 해석뿐만 아니라, 그 연소 장치를 보다 효율적으로 운전하는데 도움이 될 것이다.

최근에는 pulverized coal combustor를 모사하기 위해 선대칭 원주형의 계를 선택하고 있다. 그 이유는 실험실적 혹은 pilot-scale의 combustor들은 대부분 원주 형태를 취하고 있기 때문이고, 또한 선대칭이라는 가정은 3차원의 적분-미분 방정식의 형태인 복사열전달 방정식을 2차원 형태의 적분-미분 방정식으로 바꾸어 주어 computer-memory와 computation time을 감소시켜 주기 때문이다. 그리고 이렇게 구성된 복사열전달 방정식의 해를 구하는 근사법들로는 2-flux method, 6-flux method, P_N 근사법, 그리고 S_N법 등 수 많은 근사법이 있으며, 이런 방법들은 각각 장단점을 가지고 있다. 널리 쓰이는 복사열전달 방정식의 해법인 S_N법은 일종의 유한차분법으로 복사열전달 방정식을 정확하게 풀어 주나, 계산 시간이 오래 걸리며, 많은 computer memory를 필요로 하고, 특히 산란계수의 증가는 S_N법의 반복계산의 수를 증가시켜 더 많은 계산시간을 요구하게 된다.

본 연구에서는 S₄ method를 이용하여 흡수와 산란 그리고 방사를 일으키는 매질을 포함하고 복사에 의한 열전달과 함께 전도에 의한 열전달이 일어나는 axisymmetric cylindrical system을 해석하였다. 그리고 S₄ method로 구한 온도분포와 열속을 zone method로 구한 온도분포와 열속과 비교하여 정확도를 확인하였다.

이론

불투명하고 난반사를 일으키는 벽으로 둘러싸인 axisymmetric cylindrical 계에서 정상상태의 복사 및 전도 열전달은 다음의 식에 따르며

$$k\nabla^2 T = \nabla \cdot \mathbf{q}_r \quad (1)$$

여기서 $\nabla \cdot \mathbf{q}_r$ 은 복사 열속으로 다음과 같이 정의된다.

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = 4\pi(1-\omega)\beta \left(I_b - \frac{G}{4\pi} \right) \quad (2)$$

위의 식에서 I 는 복사 강도이며 흡수와 방사 그리고 산란을 일으키는 매질에 대해서는 다음과 같은 복사열전달 방정식에 의해 결정된다.

$$\nabla \cdot (\hat{s} I) + \beta I = (1 - \omega) \beta I_b + \frac{\omega \beta}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{s}') \phi(\hat{s}, \hat{s}') d\Omega \quad (3)$$

여기서 ω 는 산란계수를, I_b 는 Planck function (흑체 복사강도)를, ϕ 는 scattering phase function, 그리고 Ω 는 입체각을 나타낸다. 복사열전달 방정식의 차분화된 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\mu_m}{r} \frac{\partial(r I_m)}{\partial r} + \xi_m \frac{\partial I_m}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta_m I_m)}{\partial \Psi} = -\beta I_m + \kappa I_b + \sigma \sum_m w_m \phi_{m'm} I_m \quad (4)$$

Cylindrical coordinates에서 나타나는 angle에 관한 항은 다음과 같이 차분화한다.

$$\int_V \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta_m I_m)}{\partial \Psi} dV = (2\pi(r+dr)dz - 2\pi r dz) \frac{\alpha_{m+\frac{1}{2}} I_{m+\frac{1}{2}} - \alpha_{m-\frac{1}{2}} I_{m-\frac{1}{2}}}{w_m} \quad (5)$$

여기서 α 는 다음과 같이 구한다[2].

$$\alpha_{m+\frac{1}{2}} - \alpha_{m-\frac{1}{2}} = w_m \mu_m \quad (6)$$

이때 I 에 대한 경계조건은,

$$\begin{aligned} r=R & \dots\dots\dots I_i = \epsilon I_b + \frac{(1-\epsilon)}{\pi} \sum_{\mu_j > 0} w_j |\mu_j| I_j, \quad (\mu_i < 0) \\ r=0 & \dots\dots\dots I_i = I_j \quad \mu_j = -\mu_i, \quad (\mu_i > 0) \\ z=0 & \dots\dots\dots I_i = \epsilon I_b + \frac{(1-\epsilon)}{\pi} \sum_{\xi_j < 0} w_j |\xi_j| I_j, \quad (\xi_i > 0) \\ z=Z & \dots\dots\dots I_i = \epsilon I_b + \frac{(1-\epsilon)}{\pi} \sum_{\xi_j > 0} w_j |\xi_j| I_j, \quad (\xi_i < 0) \end{aligned} \quad (8)$$

결과 및 토론

선택한 계는 직경과 높이가 각각 2m(D), 4m(Z)인 cylindrical 계로 온도장과 복사장이 서로 작용할 때 복사장을 구하기 위해서 온도장을 구해야 되는 일반적인 경우를 고려하였다. 경계 온도는 z=0m일 때 1200K, z=4m일 때 400K, 그리고 나머지 둘레의 벽면에서는 900K로 주어진다. 표면 복사능은 z=0m인 벽면에서만

0.85이며, 나머지 벽면에서는 0.7이다. Thermal conductivity의 값은 4.25kW/mK 이며, grid의 수는 10×20 으로 취하였다. 그리고 zone method를 정확한 해로 하여 오차를 구하였다.

Figure 1은 $\beta=0.5\text{m}^{-1}$, $\omega=0.7$ 일 때 $z=4.0\text{m}$ 인 차가운 벽과 $z=0.0\text{m}$ 인 뜨거운 벽에서의 열속을 보이고 있다. Figure 2는 $\beta=0.5\text{m}^{-1}$, $\omega=0.7$ 일 때 서로 다른 세 위치에서의 온도분포를 나타내고 있다. $Z=0.0\text{m}$ 에서는 S_a method는 zone method와 잘 일치하고 있으며, $z=2.0\text{m}$, $z=3.6\text{m}$ 에서도 거의 정확한 온도분포를 나타내고 있다. 이로써 본 연구에서 개발한 S_a method를 이용한 복사열전달 해석 code는 선대칭 원주형태의 계내의 온도분포와 열속을 정확하게 산출하고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] Özisik, M. N. : "Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection", Wiley-Interscience, New York, (1972).
- [2] Modest, M. F. : "Radiative Heat Transfer", McGraw-Hill, New York, (1993).

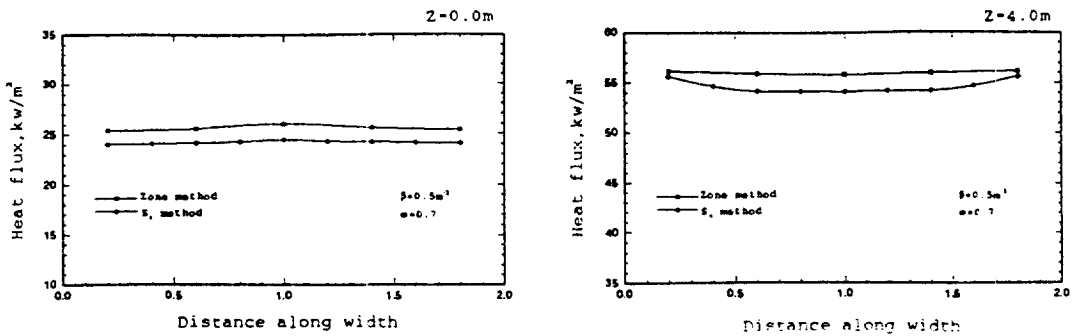


Fig. 1 The wall radiative flux in an enclosure containing absorbing-emitting-scattering medium

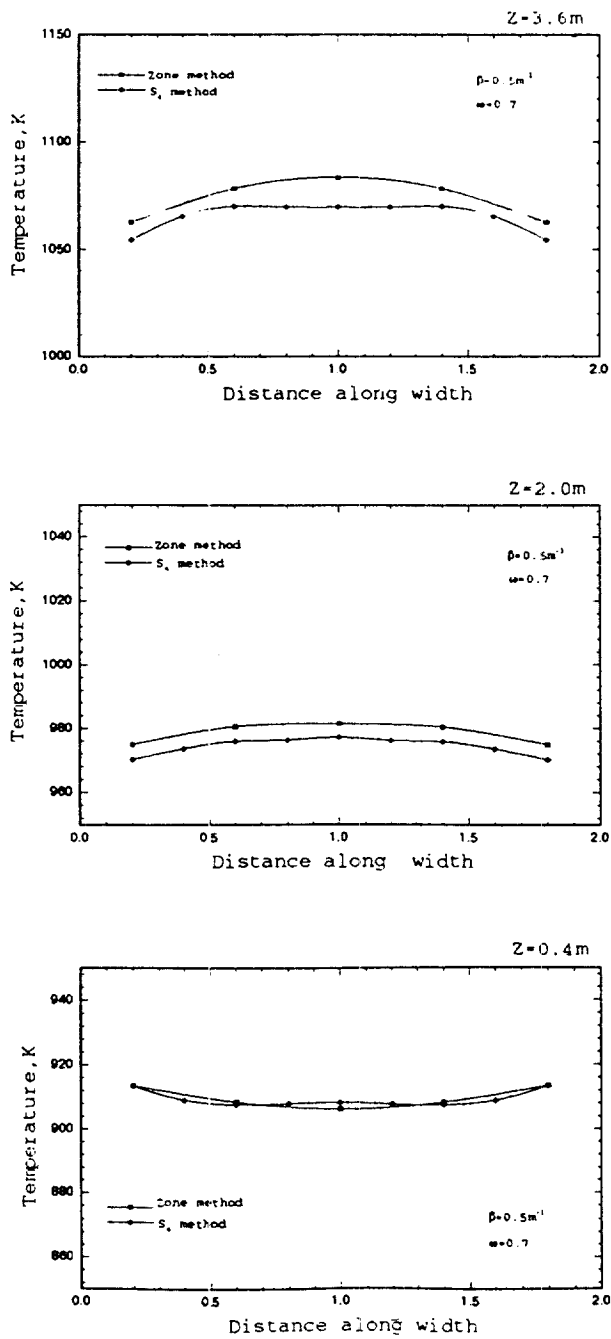


Fig. 2 The temperature of the medium in an enclosure containing absorbing-emitting-scattering medium