

# Chapter 5

## Excel Solver

Microsoft Excel의 ‘해 찾기(Solver)’ 추가 기능(Add-ins)를 사용하여 최적화 문제의 해를 구하는 방법을 알아본다.

‘해 찾기’ 추가 기능은 “변수 셀과 한계값 셀들을 사용하여 가상 ‘시나리오’의 해를 계산”하는 것을 뜻하며 ‘시나리오’란 “워크시트 모델에서 사용자가 대체할 수 있는 입력값 집합”을 지칭한다.

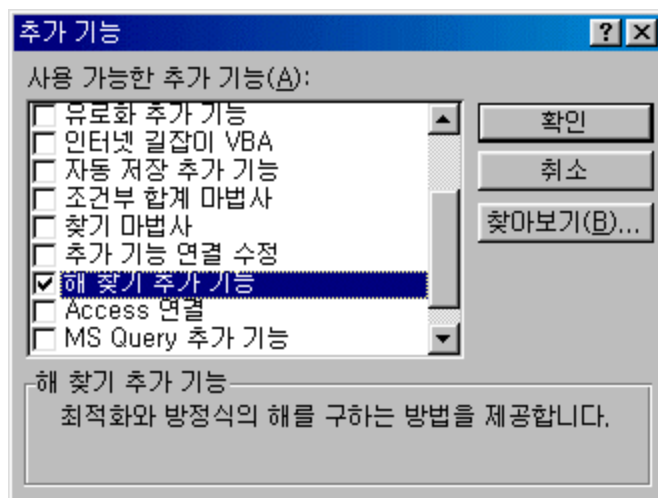


Figure 5.1: ‘추가 기능’ 창에서 ‘해 찾기’ 추가 기능 설치하기

해 찾기를 비롯한 추가 기능을 사용하기 위하여는 우선 Excel 창의 ‘도구(T)’ 메뉴의 ‘추가 기능(I)...’ 부메뉴를 클릭하여 ‘추가 기능’ 창을 열어 Figure 5.1과 같이 필요한 추가 기능을 설치한다. 추가 기능이 설치되면 이는 ‘도구’ 메뉴의 ‘부메뉴’로 등록되어 그 이후에는 다시 설치할 필요없이 계속 사용할 수 있다.

### 5.1 해 찾기

**Example 5.1 (Problem 2.17 of Reklaitis)** 다음 함수의 최소값을 *Excel*의 해 찾기 추가 기능을 이용하여 구하시오.

$$\min f(x) = 3x^2 + \frac{12}{x^3} - 5$$

제한 조건

$$g_1(x) = x - \frac{1}{2} \geq 0$$

$$g_2(x) = \frac{5}{2} - x \geq 0$$

**워크시트의 구성** 최적화 문제의 워크시트를 Figure 5.2와 같이 구성한다.

	A	B
1	x =	1
2	f(x) =	=3*B1^2+12/B1^3-5
3	g1(x) =	=B1-1/2
4	g2(x) =	=5/2-B1
5		

Figure 5.2: Example 5.1의 워크시트 구성

- B1 셀에  $x$ 에 대한 초기 추정치(initial guess)를 입력한다. 생략하면 0으로 간주된다.
- B2 셀에  $f(x)$ 의 수식을 입력한다.
- B3:B4 영역에  $g_1$ 과  $g_2$ 의 수식을 입력한다.

**주의 사항**

- A열의 내용은 반드시 필요한 것이 아니며 생략하여도 무방하다.
- 셀에 계산식을 입력한 경우 그 계산값을 보여준다. Figure 5.2와 같이 계산식을 보기 위하여 또는 계산값으로 되돌아가기 위하여는 **Ctrl-'**를 토글(toggle)한다. ''는 키보드의 2행 1열 ('Esc'아래, '1' 좌측)의 키이다.

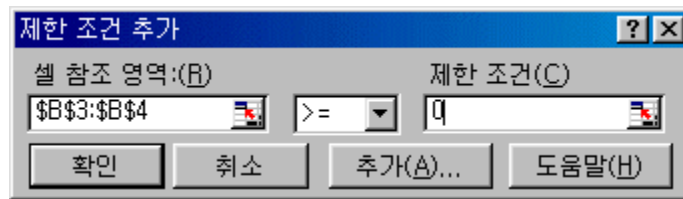


Figure 5.3: Example 5.1의 제한 조건

**해 찾기 모델 설정** ‘도구 메뉴’의 ‘해 찾기’ 부메뉴를 클릭하여 ‘해 찾기 모델 설정’창을 열고 필요한 내용을 지정하고

- ‘목표 셀’은 performance criterion에 해당하므로 B1 셀을 지정한다.
- ‘해의 조건’은 ‘최소값’을 선택한다.
- ‘변경할 셀’은 independent variables에 해당하므로 A1 셀을 지정한다.
- ‘제한 조건’이 있는 경우 ‘추가’를 클릭하여 ‘제한 조건 추가’창이 열고 제한 조건을 추가한다 (Figure 5.3).

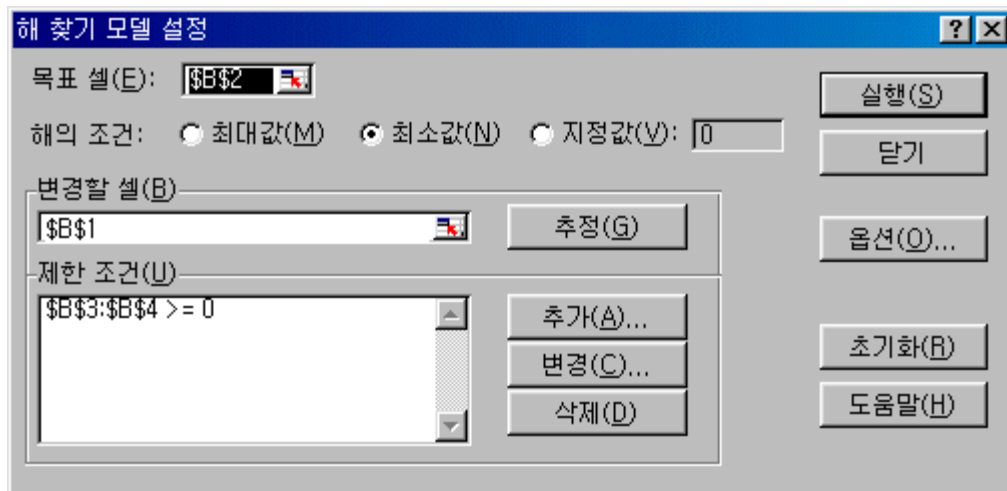


Figure 5.4: Example 5.1의 해 찾기 모델 설정

Example 5.1에 대한 ‘해 찾기 모델 설정’ 창은 Figure 5.4와 같이 되며 ‘실행’을 클릭하면 계산이 완료된 후 Figure 5.5와 같이 ‘해 찾기 결과’ 창이 열린다. 최적화 결과 Figure 5.6의 워크시트에 보인 것 처럼 최적해  $x^* = 1.43\cdots$ 에서  $f(x^*) = 5.23\cdots$ 를 얻는다.

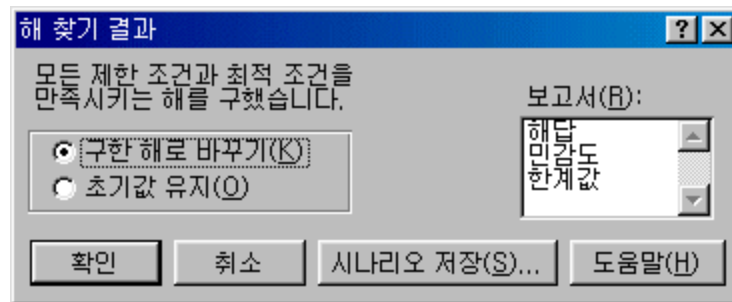


Figure 5.5: Example 5.1의 해 찾기 결과

Microsoft Excel - optima.xls					
파일(F) 편집(E) 보기(V) 삽입(I) 서식(O) 도구(T) 데이터(D) 창					
[Icons]					
[Icons]					
[Icons]					
B2 = =3*B1^2+12/B1^3-5					
	A	B	C	D	E
1	x =	1.430969			
2	f(x) =	5.238363			
3	g1(x) =	0.930969			
4	g2(x) =	1.069031			

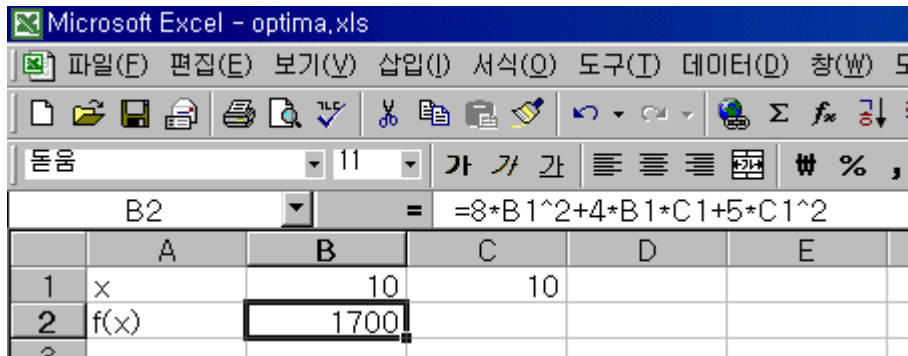
Figure 5.6: Example 5.1의 해

**Example 5.2 (Example 3.7 of Reklaitis)**

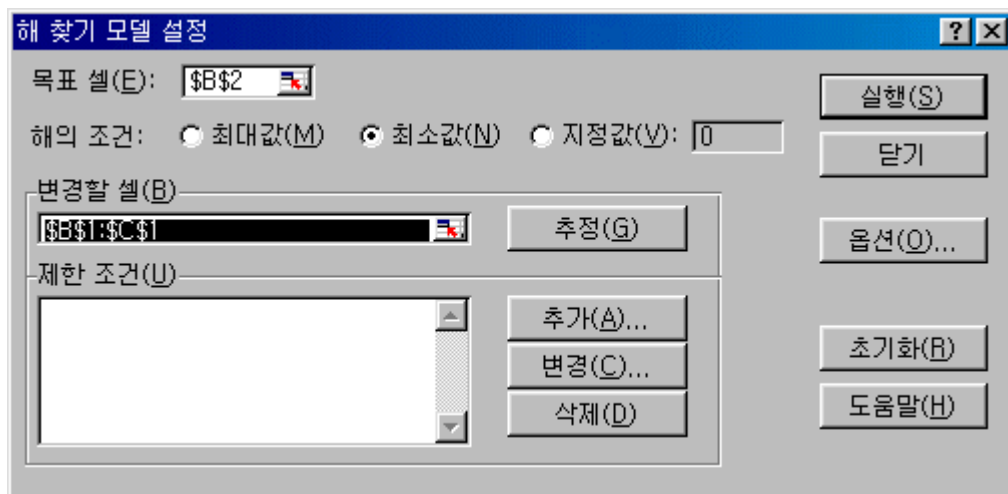
$$f(\mathbf{x}) = 8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$$

$$\mathbf{x}^{(0)} = (10, 10)^T$$

**해 찾기** Example 5.2의 해는 Figure 5.7에 의하여 쉽게 찾을 수 있다. 그러나 Cauchy의



(a) 워크시트 구성



(b) 해 찾기 모델 설정

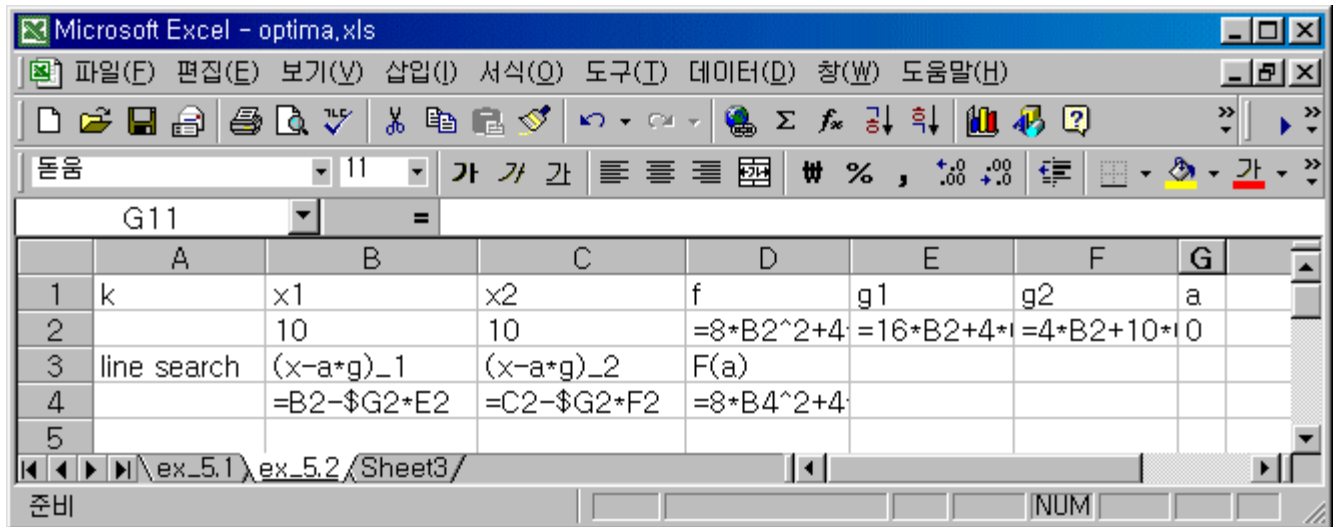
Figure 5.7: Example 5.2의 해 찾기

방법을 사용하여 해를 찾는 반복계산 과정을 수행하여보자.

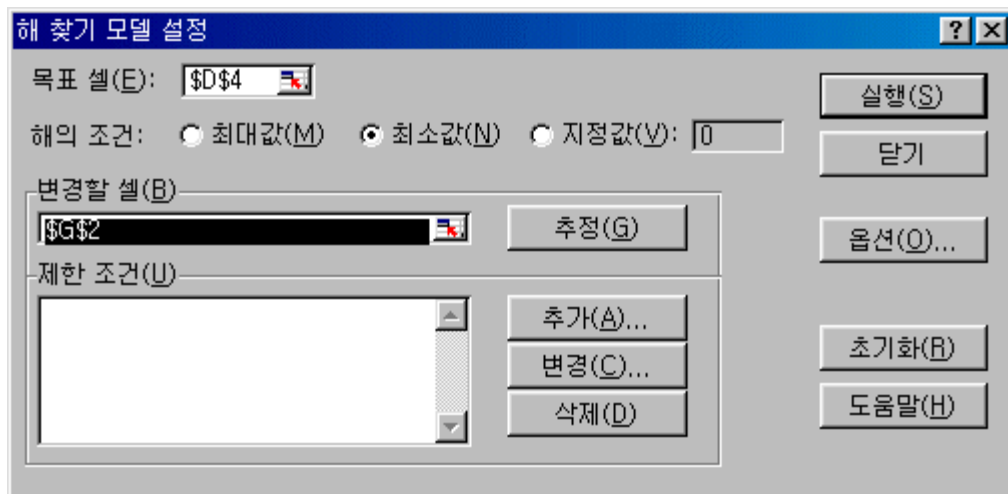
$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 8x_1 + 4x_2 \\ 4x_1 + 10x_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(k)})$$

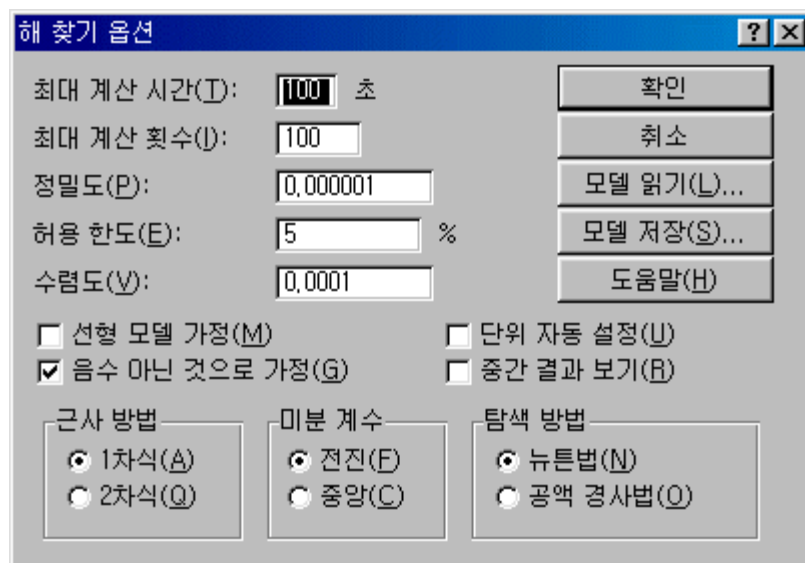
$$F(\alpha) = f(\mathbf{x}^{(k)} - \alpha^{(k)} \mathbf{g}^{(k)})$$



(a)



(b)



(c)

Figure 5.8: Example Cauchy 방법에 의한 5.2의 해 찾기

Figure 5.9에서는 Cauchy의 방법 중 line search를 수행하는 과정을 나타내었으며 단변수 최적화인 line search 해 찾기를 반복하여 최적해를 찾도록 한다.

1. Figure 5.9(a)와 같이 워크시트를 구성하고
2. Figure 5.9(b)와 같이 G2 셀의  $\alpha$ 에 대하여 D4셀의  $F(\alpha)$ 를 최소화하도록 해 찾기 모델을 설정한다.
3. 이 때 ‘해 찾기 모델 설정’창의 ‘옵션’을 클릭하여 Figure 5.9(c)와 같이 ‘해 찾기 옵션’ 중 ‘음수 아닌 것으로 가정<sup>1</sup>’을 체크한다.
4. 해 찾기를 실행하여 line search를 수행한 후 B4:C4 영역을 복사한 후 ‘편집’ 메뉴의 ‘선택하여 붙여넣기’ 부메뉴를 선택하고 ‘값’ 붙여넣기를 선택하여 B2:C2영역에 붙여 넣는다. 이를 반복하면 Table 5.1과 같은 결과를 얻는다.

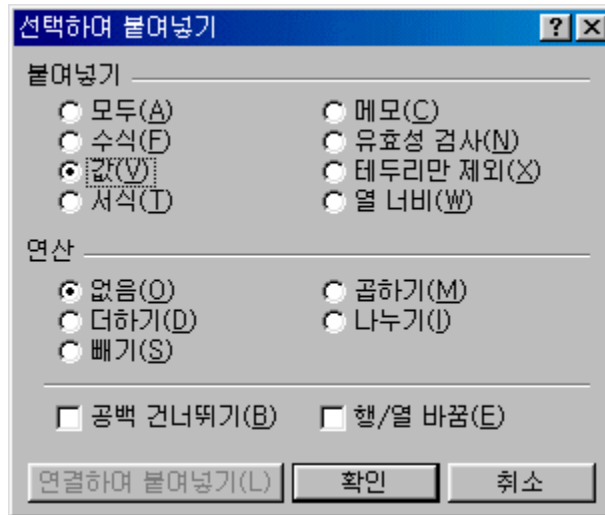


Figure 5.9: Example Cauchy 방법에 의한 5.2의 해 찾기

Table 5.1: Cauchy 방법에 의한 Example 5.2의 해 찾기 수렴과정

$k$	$\mathbf{x}^T$	$f$	$\mathbf{g}^T$	$\alpha$
0	(10, 10)	1700	(200, 140)	0.05623
1	(-1.245, 2.128)	24.45	(-11.41, 16.30)	0.1217
2	(0.1438, 0.1438)	0.3517	(2.877, 2.014)	0.05623
3	(-0.01791, 0.03061)	0.005059	(-0.1641, 0.2345)	0.1217
4	(0.002067, 0.002069)	0.00007277	(0.04138, 0.02897)	

<sup>1</sup> $\alpha \geq 0$ 을 뜻한다.

# Bibliography

- [1] Beveridge, G. S. & R. S. Schechter, 1970, *Optimization: Theory and Practice*, McGraw-Hill.
- [2] Biegler, L. T., E. I. Grossmann & A. W. Westerberg, 1997, *Systematic Methods of Chemical Process Design*, Prentice-Hall.
- [3] Bryson, Jr., A. E. & Y.-C. Ho, 1975, *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*, Revised Printing, Hemisphere.
- [4] Chong, E. K. P. & S. H. Zak, 1996, *An Introduction to Optimization*, Wiley.
- [5] Edgar, T. F. & D. M. Himmelblau, 1989, *Optimization of Chemical Processes*, McGraw-Hill.
- [6] Edgeworth, F. Y., 1987, *Mathematical Psychics*, University Microfilms International (Out-of Print Books on Demand, the original edition in 1881).
- [7] Floudas, C. A. & P. M. Pardalos (eds.), 2001, *Encyclopedia of Optimization*, Kluwer.
- [8] Floudas, C. A., 2000, *Deterministic Global Optimization: Theory, Methods and Applications*, Kluwer.
- [9] Floudas, C. A. & P. M. Pardalos (eds.), 2000, *Optimization in Computational Chemistry and Molecular Biology*, Kluwer.
- [10] Gelfand, I. M. & S. V. Fomin, 1963, *Calculus of Variation*, Revised English edition translated and edited by R. A. Silverman, Prentice-Hall.
- [11] Horst, R. & P. M. Pardalos (eds.), 1995, *Handbook of Global Optimization*, Kluwer.
- [12] Horst, R. & H. Tuy, 1996, *Global Optimization: Deterministic Approach*, 3rd ed., Springer.
- [13] McCormick, G. P., 1967, "Second order conditions for constrained minima," *SIAM J. Appl. Math.*, **15**(3), 641 – 652.
- [14] Miettinen, K. M., 1999, *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer.



- [15] Pareto, V., 1964, *Cours d'Economie Politique*, Libraire Droz, Genève (the first edition in 1896).
- [16] Pareto, V., 1971, *Manual of Political Economy*, MacMillan Press (the original edition in French in 1927).
- [17] Rao, S. S., 1996, *Engineering Optimization: Theory and Practice*, 3rd ed., Wiley.
- [18] Ray, W. H., 1981, *Advanced Process Control*, McGraw-Hill.
- [19] Reklaitis, G. V., A. Ravindran & K. M. Ragsdell, 1983, *Engineering Optimization: Methods and Applications*, Wiley.

### Optimization Journals

- AIAA Journal
- ASCE Journal of Structural Engineering
- ASME Journal of Mechanical Design
- Computers and Chemical Engineering
- Computers and Operations Research
- Computers and Structures
- Engineering Optimization
- International Journal for Numerical Methods in Engineering
- Journal of Optimization Theory and Applications
- Management Science
- Operations Research
- SIAM Journal of Optimization
- Structural Optimization