

4.4 N_1 과 N_2 를 측정하는 방법

수직 응력 차이를 측정하는 이상적인 방법:

복잡하지 않은 면찰을 측정하는 장치를 이용하는 것

==> 장치 제작 용이

==> 수학적 해석 가능

==> 수직 응력 차이를 면찰력 및 관성력과 분리하여 측정 가능

보통 규모 실험실의 연구에서는 N_1 의 측정에 관심을 제한하는 것이 일반적임.

‘평판 Couette 흐름’ ~ 뉴턴의 가설과 연관이 있는 가장 단순한 흐름(그림 1.1)

두 장의 평행한 평판을 서로에 대해 미끄러지게 함으로서 생기는 흐름

제약: 오랫동안 연속적인 면찰 흐름을 유지시키는 것이 불가능

(흐름성이 있는 액체가 두 판 사이의 간격에서부터 빠져나갈 수 있음)

==> 점성이 큰 액체 혹은 작은 간격을 유지시켜 면찰 속도를 크게 한 경우로 제한

평판형 실험 장치에서 수직 응력을 측정하는 수단으로 흐름 복굴절(flow birefringence)을 사용함(Dealy와 Giacomin 1988)

‘점도측정용 흐름’:

‘Poiseuille 흐름’(둥근 단면의 관 속을 일정한 압력 기울기로 흘러가는 정상 흐름)

‘원통 Couette 흐름’(상대적인 회전하에 있는 동축 원통관 사이의 정상 상태 흐름)

비틀림 흐름(평행판 사이의 정상 흐름으로 둘 중 한 평판은 수직 축을 따라 회전)

콘-평판 흐름

==> 그 밖의 예와 보다 자세한 설명: Walters(1975), Dealy(1982), Lodge(1974) 참고

4.4.1 콘-평판 흐름

콘-평판 구조는 수직 응력 차이를 결정하기 위해 가장 널리 쓰임.

기본 구조: 그림 4.11 (2장에서도 제시됨)

시험 액체는 회전하는 콘과 정지해 있는 평판 사이에 위치

(또는 반대로 정지한 콘에 평판이 회전하도록 설계하기도 함)

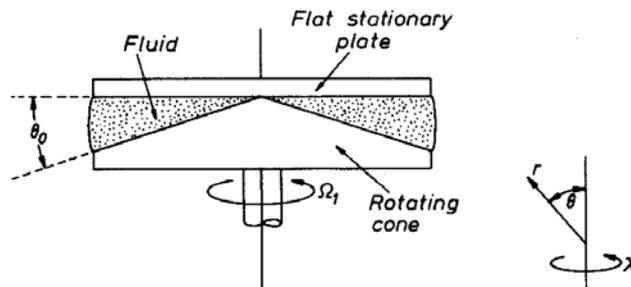


Fig. 4.11 Basic geometry for cone-and-plate flow.

구형 극좌표계에서 액체 내 임의의 점에서의 속도 벡터:

$$v_{(r)}=0, \quad v_{(\theta)}=0, \quad v_{(\gamma)}=r \sin \theta \Omega(\theta) \quad (4.6)$$

경계 조건:

$$\Omega(\pi/2)=0, \quad \Omega[(\pi/2)+\theta_0]=\Omega_1 \quad (4.7)$$

식 (4.6)은 면찰 속도 $\dot{\gamma}=\sin \theta d\Omega/d\theta$ 인 정상 상태하의 단순 면찰 흐름과 동일함.

운동에 대한 응력 방정식을 고려하면 면찰 응력 σ 는 다음과 같이 표현됨:

$$\sigma(\dot{\gamma})=\bar{A} \operatorname{cosec}^2 \theta \quad (4.8)$$

수직 응력 차이는 다음과 같이 표현됨:

$$2\rho\gamma^2 \sin^2 \theta \Omega \frac{d\Omega}{d\theta} = -\frac{d}{d\theta} [N_1(\dot{\gamma})+2N_2(\dot{\gamma})] \quad (4.9)$$

여기서 ρ : 밀도, \bar{A} : 경계 조건에서 결정되는 상수

식 (4.8)과 (4.9)를 동시에 만족시키기 위한 가정:

- (i) 관성 효과는 무시할 만함. 즉, 식 (4.9)에서 $\rho=0$ 으로 둘 수 있음.
- (ii) 콘과 평판 사이의 각도는 충분히 작아서 $\operatorname{cosec}^2 \theta=1$ 라고 둘 수 있음.

가정 (i)과 (ii)를 사용하면

$$\dot{\gamma}=\Omega_1/\theta_0 \quad (4.10)$$

(시료 전체를 통하여 면찰 속도가 일정하므로 점도측정용 함수의 형태에 독립적임)

반지름 a 의 정지 평판 위에 작용하는 토크 C (2장을 참고)

$$C=-\frac{2\pi a^3}{3} \sigma(\dot{\gamma}) \quad (4.11)$$

\bar{p} 가 반지름 r 에서 평판 위에 작용하는 대기압을 초과하는 압력이라면

$$\frac{d\bar{p}}{d(\ln r)} = -[N_1(\dot{\gamma}) + 2N_2(\dot{\gamma})] \quad (4.12)$$

($\bar{p}, \ln r$) 그래프의 기울기로부터 $N_1(\dot{\gamma}) + 2N_2(\dot{\gamma})$ 를 산출

압력을 평판에 대해 적분하면 평판 위에 작용하는 전체 수직력 F 를 얻을 수 있음.

$$F = -\frac{\pi a^2}{2} N_1(\dot{\gamma}) \quad (4.13)$$

==> 회전축의 방향으로 작용. Weissenberg 막대오름 효과를 나타내는 힘과 동일

종합하면 회전 속도를 측정함으로써 면찰 속도를 알 수 있고 정지해 있는 평판에 대해 토오크를 측정함으로써 면찰 응력을 알 수 있음.

수직 응력 차이의 측정:

첫째, 힘 F 로 N_1 을 구함.

둘째, 압력의 반지름 방향 분포로 $N_1 + 2N_2$ 을 구함.

수직력 측정시 힘 F 는 평판으로부터 콘을 분리시키므로 축방향의 힘에 견고히 지탱시키거나 콘-평판 간격 유지를 위해 설정값추정 메카니즘(servo-mechanism)을 사용함.

* 콘-평판 측정 장치로 실험을 수행할 경우 내재하는 수많은 오차의 발생 원인

I 관성 효과

관성 효과는 “음성 수직 응력 효과”를 야기

--> 두 평판은 서로 당겨져서 측정된 힘 F 의 값은 실제 값보다 작은 값을 갖게 됨.

이 효과에 의한 힘 F 의 감소:

$$\Delta F = 3\pi\rho\Omega_1^2 a^4 / 40 \quad (4.14)$$

이 공식은 실험값을 보정하기 위해 사용됨(회전 속도 및, 평판의 반지름에 민감)

II 구멍 압력 오차(Hole-pressure error)

~ 압력 측정위해 표면에 만든 구멍에 액체가 지나갈 때 흐름의 길이가 늘어나 탄성 액체의 경우 압력이 작은 결과를 낳게 됨.

==> 이러한 감소는 N_1 과 관련이 있으며 이것을 N_1 의 측정 수단으로 사용함.

==> 이 오차는 단단한 flush-mounted 압력 트랜스듀서를 사용해서 제거함.

III 모서리 효과(Edge effects)

탄성이 큰 물질 ~ 면찰 속도의 상한에서 “면찰 파괴(shear fracture)” 현상 발생

(응력 성분의 갑작스런 강하가 일어남)

==> 가장자리에 있는 시험 시료에 수평의 자유 표면이 형성

==> 가운데로 점점 커져 가서 결국 면찰을 받는 면적이 줄어들게 됨.

임계 면찰 속도는 액체와 콘의 구조에 의존

임계 수직 응력 $N_1^{(c)}$ 의 한계치:

$$N_1^{(c)} = c/a\theta_0 \tag{4.15}$$

여기서 c: 액체 관련 상수

(콘의 반지름과 간격 각도를 작게 한다면 면찰 파괴 현상을 최소화할 수 있음)

또 다른 모서리 효과 ~ 면찰에 의한 시험 유체의 접촉각과 표면 장력의 변화

(시험 액체가 작은 수직 응력을 가질 경우에 중요)

IV 그 밖의 주의사항

콘의 축을 회전축에 일치하도록 배치시키는 일

평판의 표면에 콘의 끝부분을 위치시키는 일

점성 가열의 발생을 최소화시키거나 보정하는 일

4.4.2 비틀림 흐름

(그림 4.12: 2장에서도 제시됨)

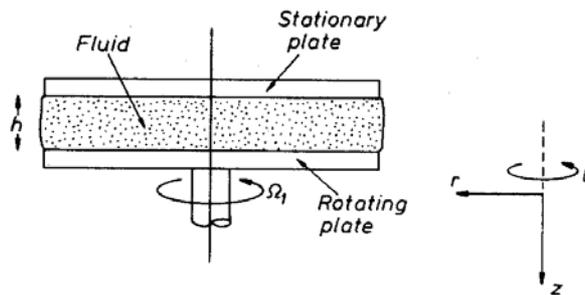


Fig. 4.12 Basic geometry for torsional flow.

원통형 극좌표계에서의 속도 분포:

$$v_{(r)} = 0, \quad v_{(\theta)} = r\omega(z), \quad v_{(z)} = 0 \tag{4.16}$$

두 평판에서의 경계 조건:

$$\omega(0) = 0, \quad \omega(h) = \Omega_1 \tag{4.17}$$

면찰 속도:

$$\dot{\gamma} = r\Omega_1/h \quad (4.18)$$

이것은 다음이 성립될 경우에 해당됨.

$$2\rho r \frac{d\omega}{dz} = 0 \quad (4.19)$$

식 (4.18) ==> 면찰 속도는 점도측정용 함수에 독립적이라는 것을 암시
반지름 방향의 거리 r 에 의존하지만 고정된 r 에 대해서는 간격을 따라 상수
관성의 효과는 무시할 수 있어야 함.
간격 h 는 모서리 효과가 중요하게 될 정도로 커지는 않아야 함.

일련의 수학적 과정을 거치고 토오크 C 를 측정하면 점도 함수는(2장을 참고)

$$\eta(\dot{\gamma}_a) = \frac{3C}{2\pi a^3 \dot{\gamma}_a} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln C}{d \ln \dot{\gamma}_a} \right) \quad (4.20)$$

여기서 $\dot{\gamma}_a$: 가장자리($r=a$)에서의 면찰 속도. 이것을 달리 표현하면

$$(N_1 - N_2) |_{\dot{\gamma}_a} = \frac{2F}{\pi a^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d \ln F}{d \ln \dot{\gamma}_a} \right) \quad (4.21)$$

여기서 F : 평판 위에 작용하는 전체 수직력

==> 전체 수직력 데이터로 가장자리에서의 면찰 속도 $\dot{\gamma}_a$ 에서 $N_1 - N_2$ 조합을 산출

콘-평판 측정 장치와 평행판 측정 장치로 측정한 전체 수직력 데이터는 N_1 과 N_2 를
개별적으로 구하기 위해 결합하여 사용할 수 있음.

4.4.3 모세관과 슬릿을 통과하는 흐름

모세관을 통과하는 흐름을 대상으로 수직 응력을 측정하는 방법

~ 모세관의 출구에서 흐름이 “완전히 발달된(fully developed)” 것인지에 의존

말단 효과의 영향이 배제된 Poiseuille 흐름이 모세관의 출구까지 유지되어야 함.

구멍 압력 오차를 피하기 위해 flush-mounted 압력 트랜스듀서로 측정

(모세관같은 곡면으로 된 벽에 트랜스듀서를 설치하는게 대단히 어려움)

==> 수직 응력을 구하기 위한 출구 압력 측정 기술은 논쟁의 여지가 있음.

저점도 탄성 액체와 높은 면찰 속도를 위해 결합되어 있는 젤-추력 기술
 ==> 모세관 출구에서 완전 발달 흐름이라는 가정에 기초함.

압력을 부과시켜 슬롯을 통과하는 흐름을 이용하는 Lodge 응력계
 ==> 구멍 압력 오차를 이용하여 N_1 을 측정

액체가 구멍을 통과해 흐를 때 경계벽에 인접한 유선의 변곡(그림 4.13)

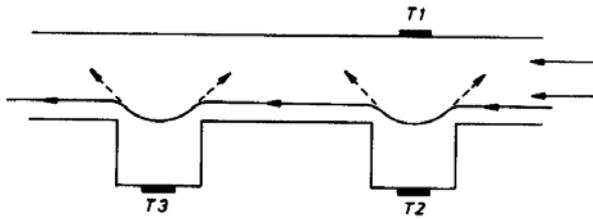


Fig. 4.13 Schematic diagram of the Lodge stressmeter for normal stress and shear stress measurement. The dotted lines represent the tension in the streamlines resulting in a lowered pressure in the holes.

변곡은 유선을 따라 작용하는 수직 응력 성분에 의해 늘어남.
 ==> 구멍 속에서 압력을 낮추게 하는 결과

Δp 측정: 구멍 바닥의 트랜스듀서와 반대편 벽의 flush-mounted 트랜스듀서 사이의
 압력차 $p_1 - p_2$ 로 구함.

면찰 응력: 두 슬롯의 압력차 ($p_2 - p_3$)로 구함.

이론적으로 Δp 는 탄성 액체에 대해 느린 흐름 근사를 할 때 다음으로 표현 가능

$$\Delta p = N_1/4 \quad (4.22)$$

이 식은 다급 자동차 오일에 대해 $10^6 s^{-1}$ 정도의 높은 면찰 속도에도 잘 들어맞음.

4.4.4 그 밖의 흐름

제 2 수직 응력 차이 N_2 ~ 윗부분이 개방되고 경사진 구유(trough)를 따라 중력이 부
 과된 흐름에서 자유 표면의 형상으로 계산 가능

중심 근처에서 자유 표면이 올라가 있으면 N_2 는 음, 내려가 있으면 N_2 는 양
 낮은 면찰 속도에서 N_2 를 평가하기 위한 편리한 방법

원형 Couette 흐름: 회전하는 원통관 사이의 흐름(2.4절 참고)

압력을 측정함으로써 수직 응력에 대한 정보를 얻으려는 시도가 있었음.

==> 콘-평판 흐름과 같은 회전형 유변물성 측정기를 이용하는 편이 훨씬 용이함.

4.5 점도측정용 함수와 선형 점탄성 함수 사이의 관계

단순 면찰 흐름에서의 수직 응력 차이 --> 점탄성의 직접적인 결과

소진폭 진동 면찰 흐름 --> 동력학 점도 η' 와 동적 강성 G' 의 항으로 표현
 점도측정용 함수 η, N_1, N_2 와 동적 함수 η' 와 G' 에서 뉴턴 응답으로부터 이탈
 --> 점탄성에 기인

다양한 유변물성 함수들 사이에 관계식이 있음.
 낮은 주파수와 면찰 속도의 극한에서의 관계식:

$$\eta'(\omega)_{\omega \rightarrow 0} = \eta(\dot{\gamma}) \Big|_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \quad (4.23)$$

==> 주파수 0의 극한으로 부과하는 진동 면찰에서 측정한 점도는
 정상 면찰에서 측정한 낮은 면찰 점도와 동일함.

$$-\frac{G'(\omega)}{\omega^2} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = -\frac{N_1(\dot{\gamma})}{2\dot{\gamma}^2} \Big|_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} = -\frac{\Psi_1(\dot{\gamma})}{2} \Big|_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \quad (4.24)$$

==> 동적 강성과 제 1 수직 응력 차이의 극한값들 사이의 관계식

정상 면찰을 측정하는 것보다 동적 측정을 수행하는 것이 쉬움.

==> η' 과 G' 을 측정하여 η 와 Ψ_1 (그러므로 N_1)의 범위를 평가하는 수단을 제시

η 와 η' 모두 일반적으로 $\dot{\gamma}$ 와 ω 각각에 대해 단조 감소하는 함수

==> 낮은 극한의 면찰 속도와 주파수 이외의 다른 곳에서 η 와 η' 사이에 경험적인 관계식을 만들기 위하여 많은 시도를 해 옴.

Cox-Merz(1958) 법칙 ~ 고분자 액체를 대상으로 가장 널리 알려지고 성공적임.

$|\eta^*|$ 가 ω 의 함수이듯이 η 는 같은 형식으로 $\dot{\gamma}$ 의 함수이어야 한다는 것을 제시

즉, $\eta(\dot{\gamma}) = |\eta(\omega)^*|_{\omega=\dot{\gamma}}$ 여기서 $|\eta^*|$: 복소 점도의 절대값

$$|\eta^*| = [(\eta')^2 + (G'/\omega)^2]^{1/2} \quad (4.25)$$

고분자 용액에 Cox-Merz 법칙을 적용시킨 예(그림 4.14):

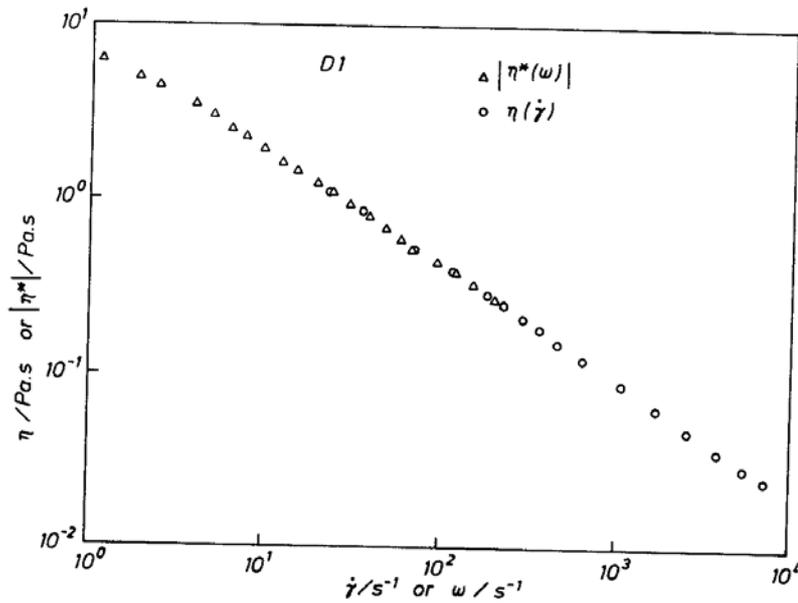


Fig. 4.14 The Cox-Merz rule applied to the polymer solution D1, which is a 2% w/v polyisobutylene (Oppanol B200) solution in dekalin. 25 °C.

G' 와 N_1 모두 ω 와 $\dot{\gamma}$ 각각에 대해 단조 증가하는 함수
 \Rightarrow 식 (4.24)에 비추어, Cox-Merz 법칙과 유사한 관계식이 G' 과 N_1 사이에 있을 것으로 예측할 수 있음.

고분자 액체에 대한 극한에서의 관계식 (4.24)의 적용 예(그림 4.15)
 $\Rightarrow N_1/2\dot{\gamma}^2$ 과 G'/ω^2 은 낮은 값의 $\dot{\gamma}$ 와 ω 에서 일치하고 있음.

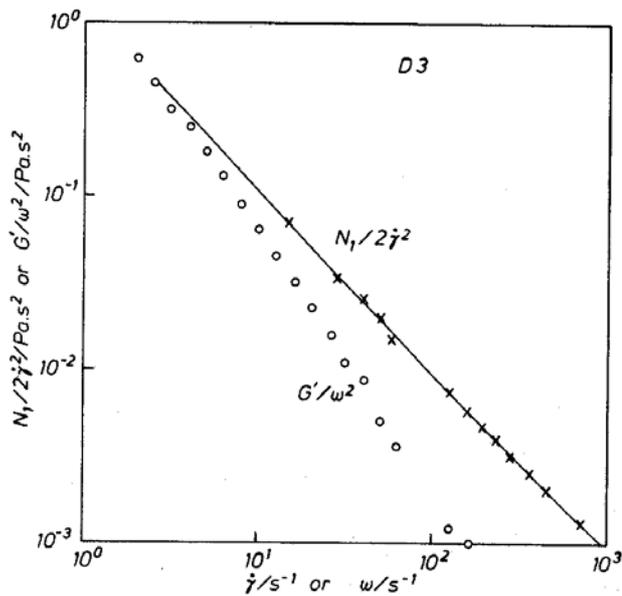


Fig. 4.15 A test of the relationship of eqn. (4.20) showing the asymptotic approach of the oscillatory and steady shear parameters. Steady shear and dynamic data for the polymer solution D3, which is a 1.5% w/v polyisobutylene (Oppanol B200) solution in dekalin. 20 °C.