

## 제 4장 엔트로피

- 유용한 일로 전환할 수 있는 능력의 판단이 필요
- 계의 무질서도 :
- 양말을 정돈하는 방법의 수 :
- 학습목표
  1. 엔탈피 변화를 미시적이고 거시적인 차원에서 말과 숫자로 설명하라. 터빈, 펌프, 열교환, 혼합기, 동력사이클과 관련된 일반적인 표현.
  2. 주어진 상황에 대하여 완전한 엔트로피 수지를 간단하게 나타내고 가역공정의 생산성을 풀이하라.
  3. 대표적인 공정에 대한 T-S, T-V, H-S 및 P-H 선도를 그리고 해석하라.
  4. 터빈/압축기와 관련된 일을 결정하기 위하여 입력 및 출력 조건과 효율을 이용하라.
  5. 실제 계에 대한 기준점으로서 가역공정에 대한 최대 일을 결정하라.

## 4.1 엔트로피의 개념

- 비가역 공정에 의한 열 에너지로의 소산
- 거시적 정의: 세기 엔트로피는 상태성질

$$d\underline{S} = \frac{d\underline{Q}_{rev}}{T_{sys}}$$

- 미시적 정의: 분자규모의 무질서한 정도

$$\underline{S}_i = k \ln(p_i) \text{ 또는 } \Delta\underline{S} = k \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

## 4.2 엔트로피의 미시적 관점

- 배열 엔트로피와 열 엔트로피
  - 운동에너지가 3인 분자와 1인 원자 대 운동에너지가 2인 두 개의 원자
- 엔트로피와 공간분포
  - 두 입자가 두 상자에 들어가는 방법: 미소상태와 거시상태

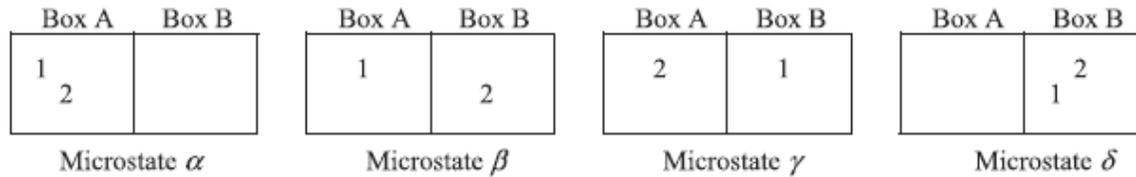


그림 4.1 • 두 입자가 두 상자에 배열되어 나타난 네 가지 미소상태들

- 동일 확률의 원리(principle of equal a priori probabilities)

표 4.1 • 두 입자와 두 상자에 대한 거시상태

거시상태		미소상태의 수	미소상태의 확률
상자 A 안의 입자의 수	상자 B 안의 입자의 수		
0	2	1	0,25
1	1	2	0,5
2	0	1	0,25

- 최빈확률분포(The most probable distribution)

-입자수가 많아지면, 미소입자의 수 =  $M^N$

-입자가 5개, 상자가 두개인 경우

표 4.2 • 두 상자에 분포되어 있는 입자들로 이루어진 둘째, 셋째 거시상태에 대한 미소상태

4. 2a 상자 A에 1개의 입자		4. 2b 상자 A에 두 개의 입자			
상자 A	상자 B	상자 A	상자 B	상자 A	상자 B
1	2,3,4,5	1,2	3,4,5	2,4	1,3,5
2	1,3,4,5	1,3	2,4,5	2,5	1,3,4
3	1,2,4,5	1,4	2,3,5	3,4	1,2,5
4	1,2,3,5	1,5	2,3,4	3,5	1,2,4
5	1,2,3,4	2,3	1,4,5	4,5	1,2,3

-미소상태의 수는  $M^N = 2^5 = 32$

거시상태		미소상태의 수	거시상태의 확률
상자 A	상자 B		
0	5	1	0.0313
1	4	5	0.1563
2	3	10	0.3125
3	2	10	0.3125
4	1	5	0.1563
5	0	1	0.0313

- 일반적으로 N개의 입자를 두 상자에 넣을 때 미소상태의 수

$$p_j = \frac{N_j!}{m_i(N_i - m_j)!}$$

- M상자에 대한 일반식  $P_j = \frac{N_j!}{\prod_{i=1}^M m_{ij}!}$

- 이상기체의 엔트로피와 등온 부피/압력의 변화

$$P_1 = \frac{N!}{N!0!} = 1, \quad P_2 = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!}, \quad \ln(p_2/p_1) = \ln\left(\frac{N!/[(N/2)!]^2}{1}\right)$$

- $\ln\left[\left(\frac{N}{2}\right)!\right]^2 = 2 \ln\left(\frac{N}{2}\right)$  관계식을 이용하면

$$\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln(p_2/p_1) = k \{ \ln(N!) - 2 \ln[(N/2)!] \}$$

- N > 100 일때 stirling 근사식 사용

$$\ln(N!) \approx N \ln(N) - N$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{S} &= k [N \ln(N) - N - 2(N/2) \ln(N/2) + 2(N/2)] \\ &= k [N \ln(N) - N - N \ln(N) + N \ln(2) + N] \\ &= kN \ln(2) \Rightarrow \Delta \underline{S} = nR \ln(2) \end{aligned}$$

- 일반적으로  $(\Delta S)_T = R \ln \frac{V}{V^i}$  혹은  $(\Delta S)_T = R \ln \frac{P}{P^i}$

- 이상기체 혼합에 의한 엔트로피 변화

$$\Delta S_{mix}^{is} = -R \sum_i x_i \ln x_i$$

- 이상용액 혹은 이상기체의 엔트로피

$$\underline{S}^{is} = \sum_i n_i S_i + \Delta \underline{S}_{mix} = \sum_i n_i S_i - R \sum_i n_i \ln x_i \quad \text{or} \quad S^{is} = \sum_i x_i S_i - R \sum_i x_i \ln x_i$$

## 엔트로피와 온도 변화 : 열 엔트로피

- 에너지의 양자화가 엔트로피와 무질서의 연관성을 설명 :

- $S = k \ln w$  온도가 상승하면 미시상태의 수가 증가

- Einstein의 고체 모델 : hf의 간격으로 양자화된 에너지 준위

- 고체의 전체에너지 M 조화 진동자의 합이다.

$$\underline{U} = q_M \epsilon_q + M \epsilon_q / 2 \quad M / 3 \text{ atoms} \quad \langle q_M \rangle = q_M / M = \underline{U} / M \epsilon_q - 1/2$$

- 각 차원에서 진동자는 독립적이다.

- M = 3(3,1,1)인 진동자는 첫번째가 3단위, 다른 둘은 1단위 이며  $q_M = 6$ 이고

- $q_M$ 의 크기를 올리면 엔트로피 증가

- M = 4인 진동자들로 Einstein 고체내에서  $q_M = 3$  단위의 에너지는 20개의 다른 분배를 갖는다.

상태	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
진동자 1	3	0	0	0	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
진동자 2	0	3	0	0	1	0	0	2	0	0	2	2	1	1	0	0	1	0	1	1
진동자 3	0	0	3	0	0	1	0	0	2	0	1	0	2	0	2	1	1	1	0	1
진동자 4	0	0	0	3	0	0	1	0	0	2	0	1	0	2	1	2	1	1	1	0

$$P_i = (q_{M_i} + M_i - 1)! / [q_{M_i}! (M_i - 1)!]$$

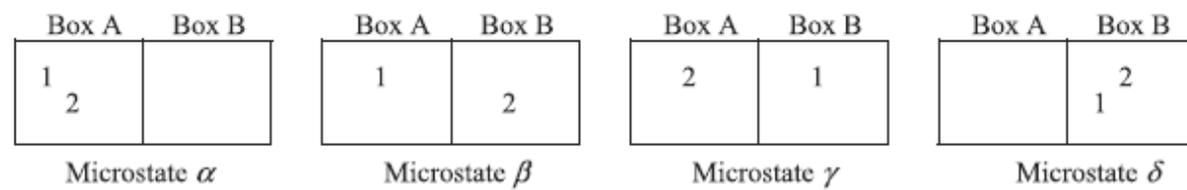


그림 4.1 • 두 입자가 두 상자에 배열되어 나타난 네 가지 미소상태들

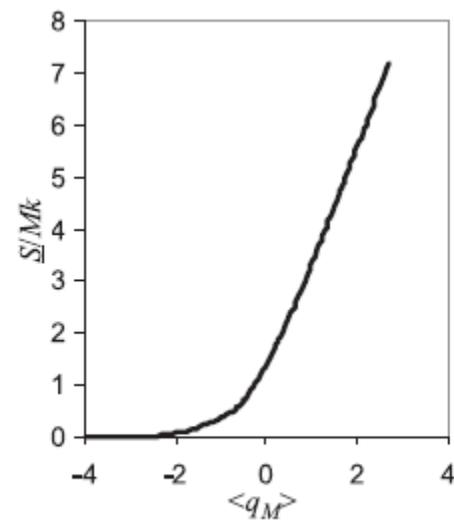


그림 4.2 • 예제 4.2 에서 설명된 에너지와 온도의 증가에 따른 Einstein 고체의 엔트로피

## 4.3 엔트로피의 거시적 정의

- 열역학 제2법칙

- 비가역과정은 우주의 엔트로피를 증가시킨다. (비가역과정은 엔트로피 생성을 초래한다). 이것은 또한 일을 하는 역량을 잃는다.
- 가역과정은 우주의 엔트로피를 증가시키지 않는다. (가역과정은 엔트로피 생성을 초래하지 않는다. 이 원리는 공정의 최대 일 출력과 최소일 입력을 계산하는 데 유용하다.)
- 우주의 엔트로피를 감소 시키는 어떤 공정도 불가능하다.(어떤 공정도 음의 엔트로피 생성을 초래하지 못한다.)

- 거시적인 엔트로피의 정의

$$\boxed{d \underline{S} \equiv \frac{d \underline{Q}_{rev}}{T_{sys}}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta \underline{S} = \int_{state\ 1}^{state\ 2} \frac{d \underline{Q}_{rev}}{T_{sys}}}$$

- 엔트로피의 변화는 상태 1과 2에만 의존: 가역적 경로를 따라 적분
- $T_{sys}$  는 열전달이 일어나는 계의 경계에서의 온도

- Carnot cycle에 대하여

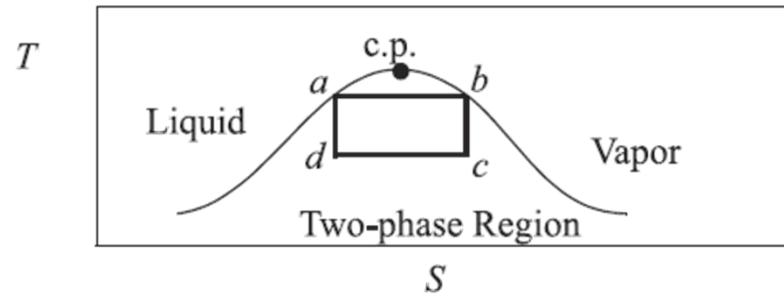


그림 4.3 • 수증기에 기반한 카르노 사이클을 보여주는 T-S선도

$$\left( \Delta S = 0 = \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C} \right) \Rightarrow \frac{Q_C}{Q_H} = -\frac{T_C}{T_H} \quad \text{카르노 사이클}$$

## 닫힌 계에서의 엔트로피 변화

- 축일이 없는 닫힌계에 대한 에너지 수지

$$d\left[U + \cancel{\frac{v^2}{2g_c}} + \cancel{\frac{gz}{g_c}}\right] = dQ_{rev} + \cancel{dW_s} + dW_{EC} \quad \Rightarrow \quad [dU + PdV] = dQ_{rev}$$

- 등압과정( $dp = 0$ )

$$dH = dQ_{rev}$$

$$dH = C_p dT$$



$$(dS)_P = \frac{C_P}{T} (dT)_P$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_P}{T} dT$$

- 등적과정( $dV = 0$ )

$$dU = dQ_{rev}$$

$$dU = C_v dT$$



$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_v}{T} dT$$

- 등온과정 ( $dT=0$ )

$$\begin{aligned} dU = 0 &= dQ - pdV \\ dQ &= RTdV/V \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \Delta S^{ig} = R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{또는} \quad \Delta S^{ig} = R \ln \frac{P_1}{P_2}$$

- 단열경로 ( $dQ=0$ )

$$\Delta S = \int_{state 1}^{state 2} \frac{dQ_{rev}}{T_{sys}} = 0 \quad (\text{오로지 가역과정만})$$

- 상전이가 있는 경우

- 기화:  $\Delta S^{vap} = \int \frac{dQ_{rev}}{T} = \frac{1}{T^{sat}} \int dQ_{rev} = \frac{Q^{vap}}{T^{sat}}$

- 용융:  $\Delta S^{fus} = \frac{Q^{fus}}{T_m}$

- 일정압력에서는:

$$\Delta S^{vap} = \frac{\Delta H^{vap}}{T^{sat}}, \quad \Delta S^{fus} = \frac{\Delta H^{fus}}{T_m}$$

- 임의의 가역경로에 대하여 이상기체의 엔트로피 변화는

$$dS^{ig} = \frac{C_V}{T} dT + \frac{R}{V} dV$$

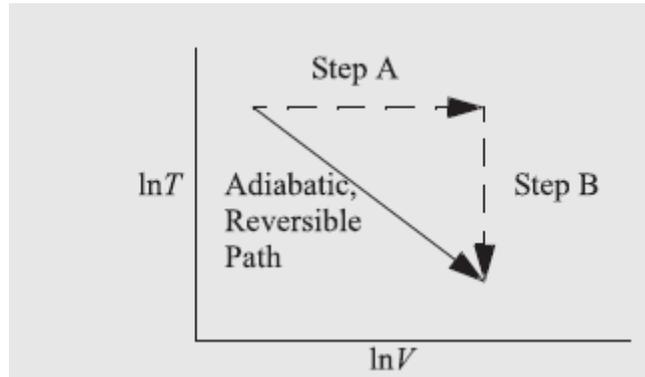
- 상태변수에 따라서

$$\Delta S^{ig} = C_V \ln \frac{T}{T^i} + R \ln \frac{V}{V^i} \quad \text{or} \quad \Delta S^{ig} = C_P \ln \frac{T}{T^i} + R \ln \frac{P}{P^i}$$

- 일반적으로

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{C_V}{T}$$
$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \frac{C_P}{T}$$

• 예제 4.5



- 등온경로 A를 따라서  $dU = dQ_{rev} - PdV = 0$  or  $dQ_{rev} = PdV$

$$(dS)_T = \frac{dQ_{re}}{T} = \frac{PdV}{T} \quad \Rightarrow \quad (dS^{ig})_T = \frac{RTdV}{VT} = R \frac{dV}{V}$$

- 경로 B를 따라서( $dV=0$ )  $dU=dQ_{rev}$  혹은  $C_V dT=dQ_{rev}$

$$(dS)_V = \frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \frac{dT}{T}$$

- 경로 A + 경로 B

$$dS_{adiabat}^{ig} = (dS)_V + (dS^{ig})_T = \frac{C_V}{T} dT + \frac{R}{V} dV = 0$$

## 4.4 엔트로피 수지

- 엔트로피 생성 예제 4.6과 4.7
- 일반적인 엔트로피 수지식

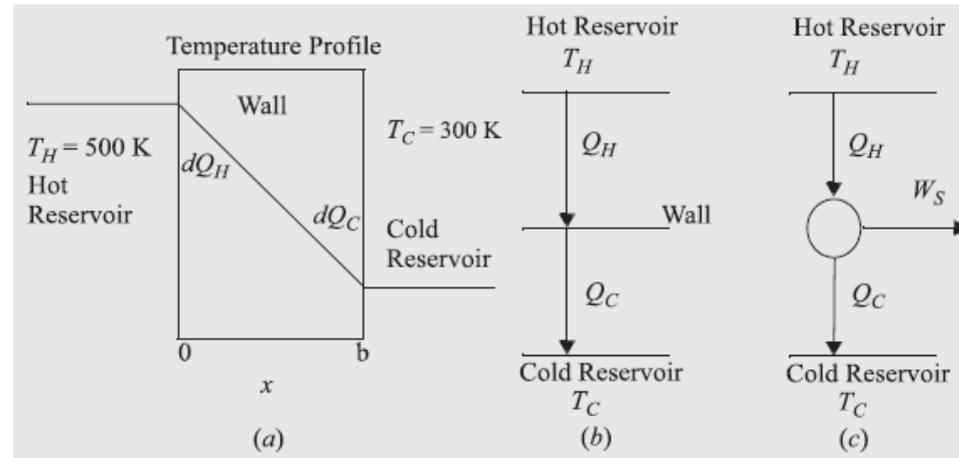
$$\frac{dS}{dt} = \sum_{\text{inlets}} S^{in} \dot{m}^{in} - \sum_{\text{outlets}} S^{out} \dot{m}^{out} + \sum_{\text{surfaces}} \frac{\dot{Q}}{T_{\text{sys}}} + \dot{S}_{gen}$$

- 정상상태에서는  $0 = \dot{m}(S^{in} - S^{out}) + \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen}$

- 닫힌 계에서는  $dS = \frac{dQ}{T} + dS_{gen}$

**주의 :** 비가역과정에 대한 엔트로피 변화를 구하기 위해 엔트로피 수지를 적용하지 않는다. 언제나 같은 상태에 이르는 가역경로를 선택하여 엔트로피 변화를 계산하고 엔트로피 수지를 사용하여 엔트로피 생성이 얼마나 되는지를 구한다.

• 예제 4.9 정상상태의 엔트로피 생성



- 벽이 정상상태이므로

- 에너지 수지식은

$$0 = \sum_{\text{boundaries}} \dot{Q} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_C \Rightarrow \dot{Q}_H = -\dot{Q}_C$$

- 두 저장조에 대한 엔트로피 수지식은

$$\frac{dS_{H \text{ or } C}}{dt} = \sum_{in} S \dot{m}^{in} - \sum_{out} S \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \dot{S}_{gen}$$

$$\frac{dS_H}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T_H} = \frac{-\dot{Q}_{H,wall}}{T_H}; \quad \frac{dS_C}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T_C} = \frac{-\dot{Q}_{C,wall}}{T_C} = \frac{\dot{Q}_{H,wall}}{T_C}$$

- 벽에 대한 엔트로피 수지식에서

$$\frac{dS_{wall}}{dt} = 0 = \frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \frac{\dot{Q}_C}{T_C} + \dot{S}_{gen,W} \quad \dot{S}_{gen,W} = \dot{Q}_H \left( \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H} \right)$$

- 벽 내의 온도구배가 엔트로피 생성의 원천

$$\frac{dS_{univ}}{dt} = \frac{dS_H}{dt} + \frac{dS_{wall}}{dt} + \frac{dS_C}{dt} = \frac{-\dot{Q}_{H,wall}}{T_H} + \frac{-\dot{Q}_{C,wall}}{T_C} = \dot{S}_{gen,wall}$$

- (b)의 경우

- 엔진에 대한 에너지 수지

$$0 = \sum_{boundaries} \dot{Q} + \dot{W} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_C + \dot{W}_S \Rightarrow \eta_\theta = \frac{-\dot{W}_S}{\dot{Q}_H} \left( 1 + \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H} \right)$$

- 엔진이 정상상태로 운전되고 내부적으로 가역성이면 ( $dS_{engine}/dt=0$ )

$$0 = \sum_{in} S \dot{m}^{in} - \sum_{out} S \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \sum_{boundaries} \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \frac{\dot{Q}_C}{T_C} \Rightarrow \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H} = \frac{-T_C}{T_H}$$

- 엔진의 효율은

$$\eta_\theta = -\dot{W}_S / \dot{Q}_H = (1 - T_C / T_H)$$

- 엔트로피 생성을 억제하기 위해서는 온도구배를 줄인다.

$$\dot{Q} = Ak \frac{dT}{dx} \text{ 여기서 } A = \text{단면적}$$

- 엔진의 일은

$$\dot{W}_{S,net} = \dot{Q}_H \left( 1 - \frac{T_C}{T_H} \right) = T_C \cdot \dot{Q}_H \left( \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H} \right)$$

- 얻는 일없이 열전달공정을 운전할 수 있다면, 잃은 일은

$$\dot{W}_{lost} = T_C \dot{S}_{gen} \quad \dot{S}_{gen, W} = \dot{Q}_H \left( \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H} \right)$$

## 4.5 내부 가역성

- 계와 외부의 경계에서 비가역성이 발생



그림 4.5 • 열기관(a)과 열펌프(b)의 개략도. 저장소의 온도는 가역기관의 온도와 일치하도록 맞추어 줄 필요는 없지만, 다음에 다루었듯이, 일치한다면 일이 최적화된다.

- 열기관

$$\eta_{\theta} = \frac{-\dot{W}_{S,net}}{\dot{Q}_H} = \left( 1 + \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H} \right) = \left( 1 - \frac{T_C}{T_H} \right)$$

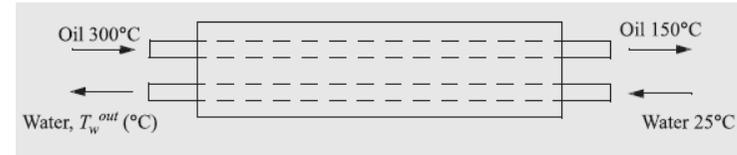
- 열펌프

$$COP \equiv \frac{\dot{Q}_C}{\dot{W}_{S,net}} = \left( \frac{T_H}{T_C} - 1 \right)^{-1} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

## 4.6 공정장치에 대한 엔트로피 수지

- 간단한 닫힌 계(예제 4.10)
- 열교환기

$$\frac{dS}{dt} = \sum_{in} S^{in} \dot{m}^{in} - \sum_{out} S^{out} \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \dot{S}_{gen}$$



- 조름밸브(dH=0)

$$\Delta S^{ig} = C_p \ln\left(\frac{T}{T^i}\right) - R \ln\left(\frac{P^{out}}{P^{in}}\right)$$

- 노즐 :

- 단열터빈, 압축기, 펌프

-정상상태에서

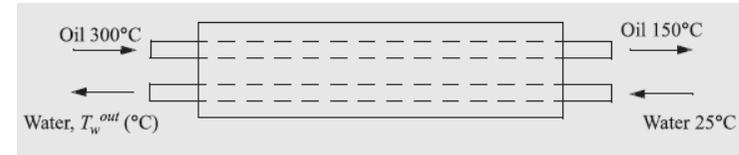
$$\frac{dS}{dt} = \sum_{in} S^{in} \dot{m}^{in} - \sum_{out} S^{out} \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \dot{S}_{gen}$$

-입구와 출구가 각각 하나씩이면

$$S^{out} = S^{in}$$

- 열교환기

$$\frac{dS}{dt} = \sum_{in} S^{in} \dot{m}^{in} - \sum_{out} S^{out} \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \dot{S}_{gen}$$



- 조름밸브 ( $dH = 0$ )

$$\Delta S^{ig} = C_p \ln\left(\frac{T}{T^i}\right) - R \ln\left(\frac{P^{out}}{P^{in}}\right)$$

- 노즐 :

$$\dot{S}_{gen} = 0$$

- 단열터빈, 압축기, 펌프

-정상상태에서  $\frac{dS}{dt} = \sum_{in} S^{in} \dot{m}^{in} - \sum_{out} S^{out} \dot{m}^{out} + \frac{\dot{Q}}{T_{sys}} + \dot{S}_{gen}$

-입구와 출구가 각각 하나씩이면

$$S^{out} = S^{in}$$

## 4.7 터빈, 압축기, 펌프효율

- 펌프 혹은 압축기의 효율

$$\eta_c = \frac{W'}{W} \times 100\%$$

- 터빈 혹은 팽창기의 효율

$$\eta_E = \frac{W}{W'} \times 100\%$$

- 먼저 가역과정에 대한 일을 계산하고 경험에 의한 효율을 적용한다.

## 4.8 엔트로피를 포함하는 도표

- T-S 도표

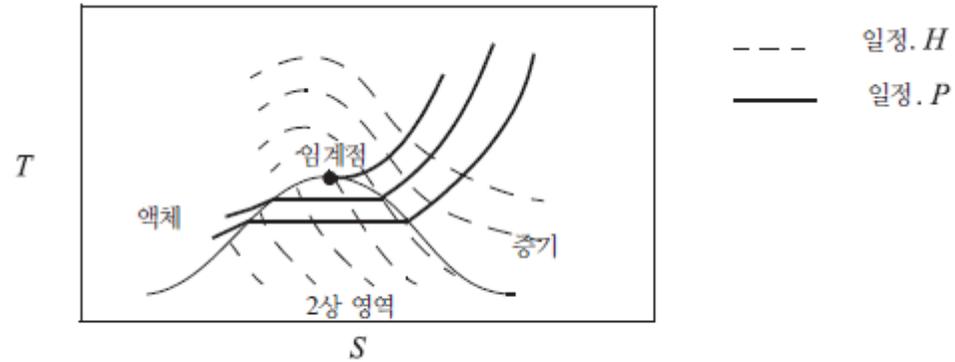
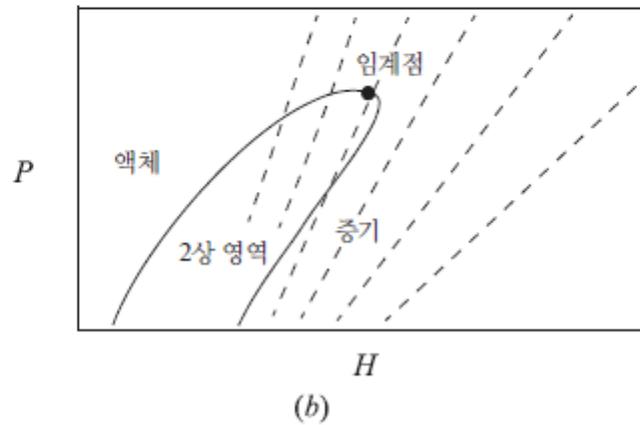
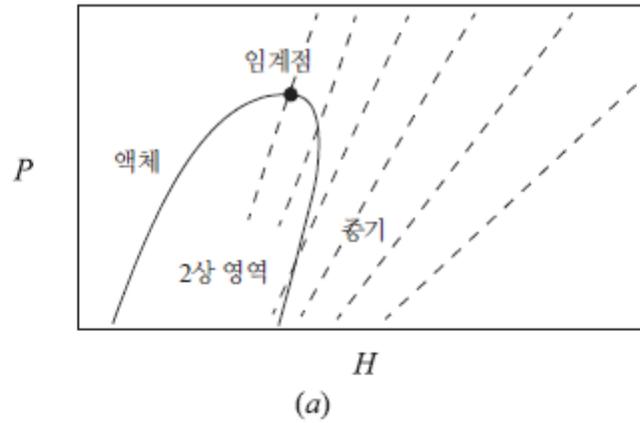


그림 4.6 • T-S도표. 일정 압력과 일정 엔탈피의 선도

- 2-상 영역의 경계는 상당히 대칭적
- 가역적 공정은 수직선으로 나타냄

- P-H 도표



----- 일정,  $S$

그림 4.7 • P-H 도표. (a) 포화곡선이 엔트로피 곡선보다 덜 기울어진 화합물(예: 물)에 대한 등엔트로피 곡선, (b) 포화곡선이 엔트로피 곡선보다 더 기울어진 화합물(예: 확산)에 대한 등엔트로피 곡선

- H-S 도표 (Mollier diagram)

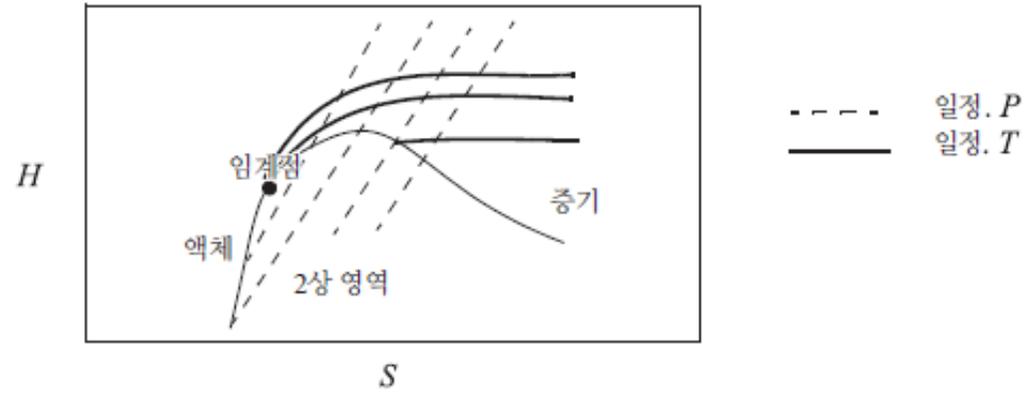


그림 4.8 • 등엔트로피 곡선을 나타내고 있는 H-S 도표(몰리에 선도)

## 4.9 터빈에 대한 계산

- 가역터빈은 등엔트로피 공정

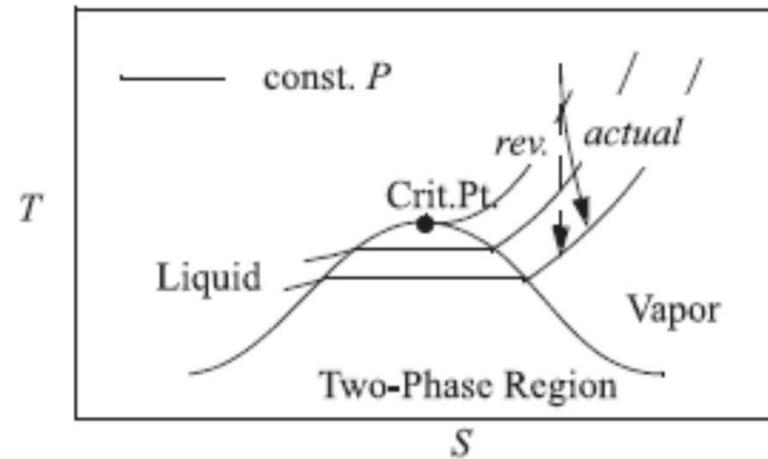


그림 4.9 • 가역과 (비가역)실제 터빈의  $T$ - $S$  도표

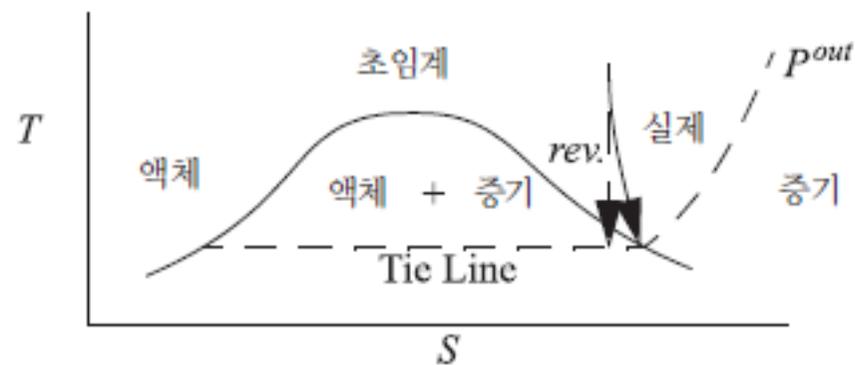


그림 4.10 • 실제 출구가 포화 수증기인 터빈 출구의 질 계산의 필요성

### 예제 4.13 터빈 출구 조건의 다양한 경우

단열터빈 입구는 500°C, 1.4MPa이다. 다음의 출구 조건에 대하여 특정한 양을 결정하라.

(a)  $P_2 = 0.6 \text{ MPa}$ ,  $\eta_E = 0.85$ 일 때,  $W_s$ ,  $H_2$ ,  $S_2$ 와  $T_2$ 를 구하라.

#### 풀이

우선 입구 물성이 결정된다.  $H_1 = 3474.8 \text{ kJ/kg}$ ,  $S_1 = 7.6047 \text{ kJ/kg-K}$ . 가역 터빈은 등엔트로피인 것을 주의하여 각 출구 조건에 대하여 가역적 계산을 한다.

(a)  $S_2' = S_1 = 7.6047 \text{ kJ/kg-K}$ ,  $P_2 = 0.6 \text{ MPa}$ 에서  $S^{sat} = 6.7593 \text{ kJ/kg-K}$ 와 비교하여,  $S_2' > S^{sat}$ , 가역적인 출구상태는 과열되었고 어떤 비가역성은 더 큰 엔트로피와 과열상태를 유도한다. 이것은 그림 4.9의 경우이다. 내삽하면,

$T$ (°C)	$H$ (kJ/kg)	$S$ (kJ/kg-K)
350	3166.1	7.5481
		7.6047
400	3270.8	7.7097

$$H_2' = 3166.1 + \frac{7.6047 - 7.5481}{7.7097 - 7.5481}(3270.8 - 3166.1) = 3202.8 \text{ kJ/kg}$$

유사한 내삽에 의해서  $T_2' = 367.5^\circ\text{C}$

$$\Delta H' = W_s' = 3202.8 - 3474.8 = -272.0 \text{ kJ/kg}$$

$\eta_E$  계산을 적용하면  $\Delta H = W_s = \eta_E \Delta H' = 0.85(-272) = -231.2 \text{ kJ/kg}$

$$H_2 = H_1 + \Delta H = 3474.8 - 231.2 = 3243.6 \text{ kJ/kg}$$

내삽을 위하여,

$T$ (°C)	$H$ (kJ/kg)	$S$ (kJ/kg-K)
350	3166.1	7.5481
	3243.6	
400	3270.8	7.7097

$$S_2 = 7.5481 + \frac{3243.6 - 3166.1}{3270.8 - 3166.1}(7.7097 - 7.5481) = 7.6677 \text{ kJ/kg-K}$$

유사한 내삽으로  $T_2 = 380.0^\circ\text{C}$ 이다. 비가역성으로 출구가 따뜻해졌지만 단열이므로 가열하지는 않았다. 단일상의 출구에 대하여  $T_2 > T_2'$  (반약,  $\eta_E < 1$ )

(b)  $P_2 = 0.03 \text{ MPa}$ ,  $\eta_E = 0.85$ 일 때,  $W_s$ ,  $H_2$ ,  $S_2$ 와  $T_2$ 를 구하라.

(b) (a)의 경우보다 압력이 더 낮고 포화 증기의 S는 더 크며 거의 포화경계이다.

$S_2' = S_1 = 7.6047 \text{ kJ/kg-K}$ 이다.  $S^{satV} = 7.7675 \text{ kJ/kg-K}$ ,  $P_2 = 0.03 \text{ MPa}$ 와 비교하여,  $S_2' < S^{satV}$ 이다. 따라서 가역적인 출구상태는 2상이다. 이것은 그림 4.10의 경우이고 실제 상태가 상 경계의 안쪽이거나 바깥쪽인지를 결정하는 것이 필요하다.

$T_2' = 69.1^\circ\text{C}$ 에서  $S_2'$ 에 따라서 포화 엔트로피를 사용하여 내삽하면

$$q' = \frac{S - S^{satL}}{\Delta S^{vap}} = \frac{7.6047 - 0.9441}{6.8234} = 0.976$$

식 1.27을 사용하면

$$H_2' = 289.27 + 0.976(2335.28) = 2568.5 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta H = W_s' = 2568.5 - 3474.8 = -906.3 \text{ kJ/kg}$$

$\eta_E$  계산을 적용하면,  $\Delta H = W_s = \eta_E \Delta H' = 0.85(-906.3) = -770.35 \text{ kJ/kg}$

$$H_2 = H_1 + \Delta H = 3474.8 - 770.35 = 2704.4 \text{ kJ/kg}$$

$P_2 = 0.03 \text{ MPa}$ 에서  $H^{satV} = 2624.55 \text{ kJ/kg}$ 과  $H_2$ 를 비교하면,  $H_2 > H^{satV}$ 이다. 따라서 출구상태는 과열(상 경계의 바깥쪽)이다. 이것은 사례(ii)의 경우이다.

계산을 마치기 위하여, 중복된 내삽이 필요하다. 첫번째 내삽을 0.01에서 0.05 MPa 사이에서 하면 출구상태를 같이 묶을 수 있다. (0.03 MPa은 0.01과 0.05 사이에 반이다. 따라서 더 낮은 내삽에 의해서 보다는 평균에 의해서 표의 값을 얻을 수 있다.)

$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$H$ (kJ/kg)	$S$ (kJ/kg-K)
100	$(2687.5 + 2682.4)/2 = 2684.95$ 2704.4	$(8.4489 + 7.6953)/2 = 8.0721$
150	$(2783.0 + 2780.2)/2 = 2781.6$	$(8.6892 + 7.9413)/2 = 8.3153$

내삽하면

$$S_2 = 8.0721 + \frac{2704.4 - 2684.95}{2781.6 - 2684.95}(8.3153 - 8.0721) = 8.121 \text{ kJ/kg-K}$$

유사하게 내삽에 의해서  $T_2 = 110.1^\circ\text{C}$

주의: 가역상태는 2상이고 실제 출구는 (b)에서 단일상이다. 또한 비가역 터빈에서 항상 그렇듯이  $S_2 > S_2' = S_1$ 이고  $H_2 > H_2'$ 이다.  $T_2 > T_2'$ 은 단일상 출구의 일반적인 결과이다.

(c)  $P_2 = 0.01 \text{ MPa}$ ,  $\eta_E = 0.9$ 일 때,  $W_S$ ,  $H_2$ ,  $S_2$ 와  $T_2$ 를 구하라.

(c) 매우 낮은 출구 압력은  $S$ 값을 더 높은 값으로 이동시키고, 출구가 사례(iii)와 같이 2상을 선호하도록 만든다.

$S_2' = S_1 = 7.6047 \text{ kJ/kg-K}$ ,  $P_2 = 0.01 \text{ MPa}$ 에서  $S^{sat'} = 8.1488 \text{ kJ/kg-K}$ 와 비교하면  $S_2' < S^{sat'}$ 이다. 따라서 가역적인 출구상태는 2상이다. 이것은 그림 4.10의 경우이고, 실제 상태가 상 경계의 안쪽인지 바깥쪽인지 결정하기 위해서 더 진행할 필요가 있다.  $P = 0.01 \text{ MPa}$ ( $T_2' = 45.81^\circ\text{C}$ )에서 내삽하면

$$q' = \frac{7.6047 - 0.6492}{7.4996} = 0.9274$$

식 1.27을 이용하면

$$H_2' = 191.81 + 0.9274(2392.05) = 2410.2 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta H' = W_S' = 2410.3 - 3474.8 = -1064.6 \text{ kJ/kg}$$

$\eta_E$  계산을 적용하면  $\Delta H = W_S = \eta_E \Delta H' = 0.90(-1064.6) = -958.1 \text{ kJ/kg}$

$$H_2 = H_1 + \Delta H = 3474.8 - 958.1 = 2516.7 \text{ kJ/kg}$$

$P_2 = 0.01 \text{ MPa}$ 에서  $H^{sat'} = 2583.86 \text{ kJ/kg}$ 과  $H_2$ 를 비교하면,  $H_2 < H^{sat'}$ 이다. 따라서 출구상태는 2이며 가역출구인 사례(ii)의 경우와 같다. 실제 출구에 대하여  $H_2$ 로부터,

$$q = \frac{2516.7 - 191.81}{2392.05} = 0.972$$

식 1.27을 사용하면

$$S_2 = 0.6492 + 0.972(7.4996) = 7.9388 \text{ kJ/kg}$$

실제 출구는  $T_2 = 45.81^\circ\text{C}$ 에서 젖은 수증기이다. (c)의 경우 가역적인 출구와 실제 출구는 모두 젖은 수증기이다. 또한  $S_2 > S_2' = S_1$ 이고  $H_2 > H_2'$ 은 비가역 터빈의 경우 항상 그렇다. (c)의 경우  $T_2 = T_2'$  이고  $q_2 > q_2'$  이며, 2상 출구의 일반적 결과이다.

#### 예제 4.14 터빈 효율 계산

500°C, 1.4 MPa의 단열 터빈이 있다. 출구는 0.01 MPa이고  $q = 99\%$ 이다.

- (a) 터빈의 일을 계산하라.
- (b) 가역적 터빈의 일을 계산하라.
- (c) 터빈의 효율과 실제 터빈의 엔트로피 생성을 계산하라.

#### 풀이

에너지 수지는  $\Delta H = W_S$  이다.

- (a) 입구는 예제 4.13과 같다.  $H_1 = 3474.8$ ,  $S_1 = 7.6047$ 이다. 출구에서,

$$H_2 = 191.81 + 0.99(2392.05) = 2559.9 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta H = W_S = 2559.9 - 3474.8 = -914.9 \text{ kJ/kg}$$

- (b) 엔트로피 수지는  $\Delta S' = 0 \Rightarrow S_2' = S_1 = 7.6047 \text{ kJ/kg-K}$ .

우리가 출구 압력을 맞추거나 질을 정하는 것은 다소 모호하다. 관례상, 압력은 원하는 기준(혹은 유사한 상황에서 온도)으로 가정한다. 그 이유는 설계의 물리적인 제한을 가지기 때문이다. 이것은 가역적인 일은 예제 4.13(c)와 같고  $W_S' = -1064.6 \text{ kJ/kg}$  이다.

- (c) 터빈의 효율은  $\eta_E = W_S/W_S' = 914.9/1064.6 = 85.9\%$  로 정의된다.

엔트로피 생성은  $S_{gen} = S_2 - S_2'$  이다.

$$S_2 = 0.6492 + 0.99(7.4996) = 8.0738 \text{ kJ/kg-K}$$

엔트로피 수지를 이용하여  $S_2' = S_1 = 7.3046$ 이고,  $S_{gen} = 8.0738 - 7.6047 = 0.4691 \text{ J/g-K}$ 이다.

### 예제 4.15 주어진 효율과 출구에서 터빈 입구 계산

단열 터빈의 출구(상태2)는 0.01 MPa와  $\eta_E = 85\%$ 에서 99% 질의 수증기이다. 입구 압력은 0.6 MPa이다. 0.6 MPa의 절대 압력은 관례적으로 낮은 압력 수증기로 정의되며 화학공정에 적용된다.

$W_S$ ,  $H_1$ ,  $S_1$  과  $T_1$ 을 구하라.

#### 풀이

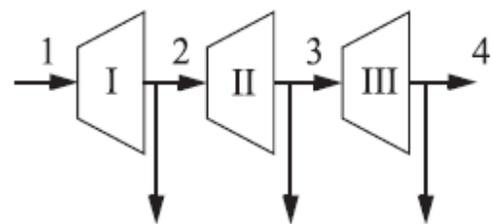
출구 물성은 예제 4.14에서 결정되었다.  $H_2 = 2559.9$ ,  $S_2 = 8.0738$ 이다. 0.6 MPa에서 수증기표를 참조하면,  $\eta_E < 100\%$ 은 엔트로피가 생성됨을 의미하므로, 8.0738 kJ/kg-K보다 작은 엔트로피값을 찾는다. 이것은 500°C 근처에서 일어난다. 500°C를 이용하면  $H_1 = 3483.4$  kJ/kg이고  $S_1 = 8.0041$  kJ/kg-K이다.

그러면  $W_S = -923.5$  kJ/kg,  $q' = (8.0041 - 0.6492)/7.4996 = 0.9807$ 이다.

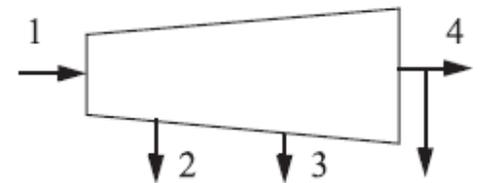
따라서  $H_1' = 191.8 + 0.9807(2392) = 2537.6$  kJ/kg,  $W_S' = 2537.6 - 3483.4 = -945.8$  kJ/kg,  $W_{lost} = 945.8 - 923.5 = 22.3$  kJ/kg,  $\eta_E = -923.5/(-923.5 - 22.3) = 97.7\%$ .

추가적인 시도는 다음 도표의 값을 얻는다. 마지막 온도는 내삽으로 계산된다. (힌트: 이것을 계산해 보고 답을 확인해 보는 것은 큰 연습이 될 것이다.)

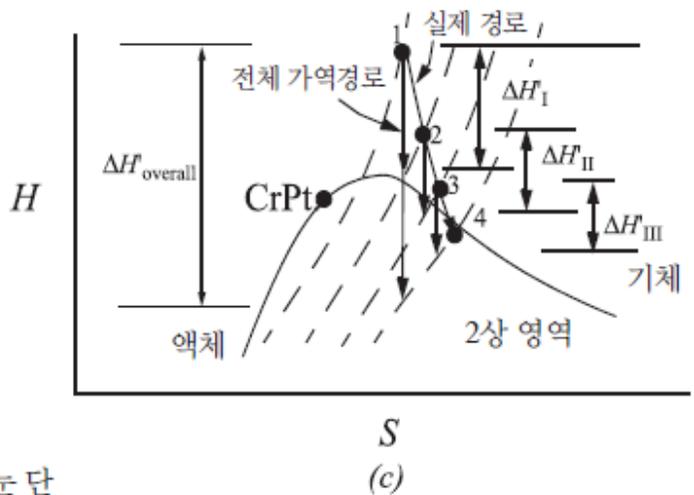
$T$	$H_1$	$S_1$	$W_S$	$W_{lost}$	$\eta_E$
450	3376.5	7.8611	-816.6	67.9	92.3%
400	3270.8	7.7097	-710.9	116.2	86.0%
350	3166.1	7.5481	-606.2	167.8	78.3%
393.8	3257.7	7.6895	-697.8	122.6	85.0%



(a) 단의 구체적인 묘사



(b) (a)에 상응하는 일반적인 하우징을 나눈 단



(c)

그림 4.11 • 단열 다단 터빈과 이의 총체적인 효율이 각 단의 효율보다 높음을 보여 주는 예증

- 다단 터빈

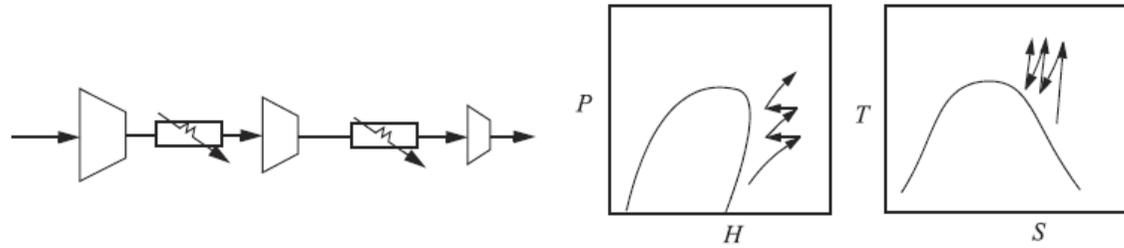


그림 4.13 • 다단 압축기와 이에 상응하는 P-H선도, P-H선도에서 압축기는 압력이 증가하는 곡선으로 나타나고 열교환기는 일정한 압력에서 수평선으로 나타난다.

- 전체 효율 : 
$$\eta_E^{overall} = \frac{H_4 - H_1}{\Delta H'_{overall}}$$
- 각 단계의 효율 : 
$$\eta_{E,i} = \frac{H_{i+1} - H_1}{\Delta H'_i}$$

## 4.10 펌프와 압축기

- 등 엔트로피 공정(예제 4.16)

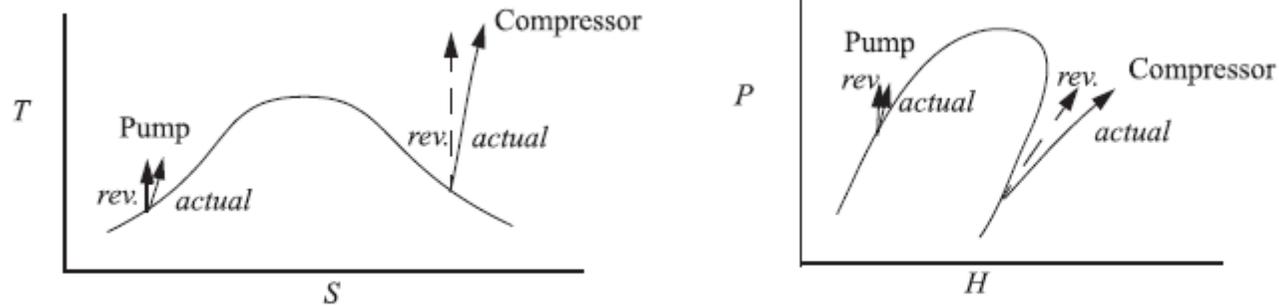


그림 4.12 • 가역 및 비가역 펌프와 압축기에 대한 경로  $P-H$  도표는 그림 4.7(a)와 같은 계에 대한 것이다.

- 다단 압축기 (예제 4.17)

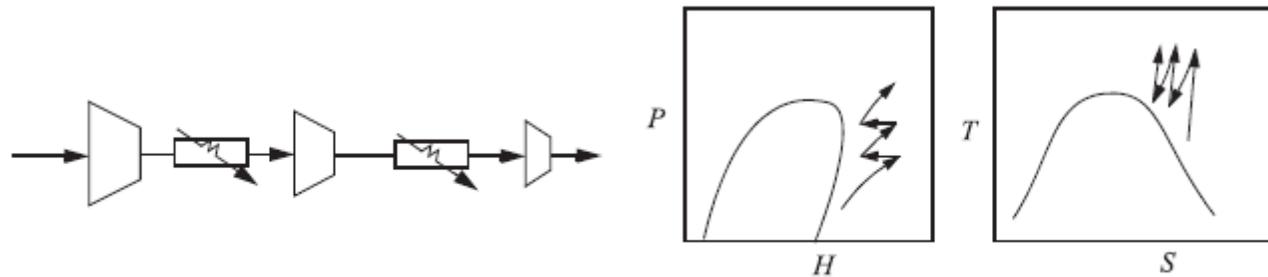


그림 4.13 • 다단 압축기와 이에 상응하는  $P-H$  선도,  $P-H$  선도에서 압축기는 압력이 증가하는 곡선으로 나타나고 열교환기는 일정한 압력에서 수평선으로 나타난다.

#### 예제 4.16 수증기의 등온 가역 압축

예제 2.12에서 수증기의 등온 압축에 대한 일을 계산하는 것은 이상기체에 대한 일을 계산하는 것과 다르다고 했다. 엔트로피 수지에 대하여 알고 있을 때, 그것을 이용하여 연속적이고, 등온, 가역적으로 5bar, 224°C에서 25 bar로 압축하는 일을 계산하라. 이상기체식의 결과와 비교하라.

#### 풀이

에너지 수지:  $\Delta H = Q + W$ . 엔트로피 수지:  $\Delta S = Q/T$ . 가역공정이지만  $\Delta S \neq 0$  임을 주지하라.  $S_{gen} = 0$ 이다. 그러나 공정은 단열은 아니다. 수증기표로부터 224°C, 25 bar는 실질적으로 포화기체이다. 224°C, 25 bar의 증기에 대하여, 내삽하면  $H = 2910.5$ ,  $S = 7.1709$ .  $Q = T\Delta S$ 이면,  $Q = (224 + 273.15)(6.2558 - 7.1709) = -454.94$ ,  $W = (2801.9 - 2910.5) + 454.94 = 346.3$  J/g.

이상기체식에 의해서  $W = 8.314(4.04)(224 + 273.15)\ln(5)/18 = 1493.1$  J/g.

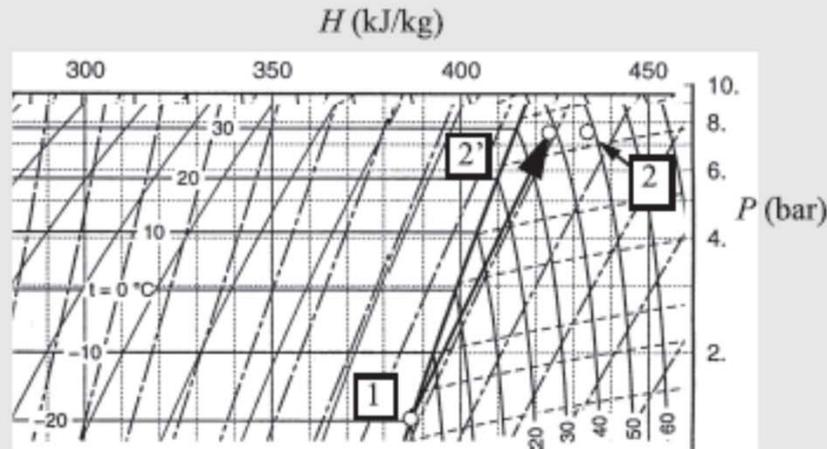
일은 분자상호 간의 인력 때문에 실제 증기보다 작다. 이 경우에 차이가 특별히 컸는데 이유는 마지막 압력이 상당히 크기 때문이다(> 10 bar).

#### 예제 4.17 P-H 도표를 이용하는 R134a의 압축

압축기가 R134a로 작동한다. 압축기의 주입부는  $-20^{\circ}\text{C}$ 의 포화 증기이고, 압축기의 출구는  $7.7\text{ bar}$ ,  $\eta_c = 0.8$ 이다. 압축기의 가역 그리고 필요한 일(kJ/kg)과 출구온도를 구하라.

#### 풀이

부록 E의 P-H 선도의 삽화가 다음에 있다. 축표시와 과열온도 표시를 삽화된 선도에 나타내었다.



입구상태는  $-20^{\circ}\text{C}$  등온선과 포화 증기선의 교차점에 위치한다. 엔탈피는 축에 수직인 선과  $H = 386.5\text{ kJ/kg}$ 을 따라 찾을 수 있다. (이 정확한 값은 첨부한 포화표에서 찾았다. 도식적인 값은 일치하지만 덜 정확하다.) 가역적인 출구상태는  $7.7\text{ bar}$ 까지의 등엔트로피 출발로 찾을 수 있다. 한 세트의 대각선이 등엔트로피이고, 우리는 시각적으로 내삽하여 2'로 표시된 상태에 의  $7.7\text{ bar}$ 에서 등엔트로피 사이에 같은 상대적인 위치를 유지하도록 한다. 축에 수직인 선을 따라서  $H_2' = 424\text{ kJ/kg}$ 이다. 가역적인 일은  $W_s' = 424 - 386.5 = 37.5\text{ kJ/kg}$ 이다. 실제 일은  $W_s = W_s'/0.8 = 47\text{ kJ/kg}$ 이다. 실제 출구상태는  $7.7\text{ bar}$ 에서 엔탈피값이  $H_2 = 386.5 + 47 = 433.5\text{ kJ/kg}$ 일 때 오른쪽으로 이동한다. 가역적인 출구는  $38^{\circ}\text{C}$  근처이다. 실제적인 출구는  $48^{\circ}\text{C}$  근처이다.

## 4.11 엔트로피 수지의 적용 전략

- 엔트로피 생성이 원인들

1. 온도구배를 따른 열전달
2. 농도구배를 따른 확산
3. 성분이 다른 물질의 혼합
4. 초기에(T,P)차이로 인해 물 엔트로피가 다른 동일한 물질의 등적 조건에서의 단열 혼합
5. 장치 내의 속도구배, 이것은 유체역학 교과서에 설명된 마찰인자에 의한 파이 내의 흐름을 설명한다.
6. 마찰
7. 전기저항
8. 측정할 수 있는 속도에서 화학 반응 경로

**주의 :** 가역과정에서는 엔트로피 변화를 구하기 위해 엔트로피 수지를 적용하지 않는다. 우리는 항상 동일한 최종상태에 이르는 다른 가역경로를 택해 엔트로피 변화를 계산하고, 엔트로피가 얼마만큼 생성되었는가를 결정하기 위하여 엔트로피 수지를 적용한다. 또는 가역적인 일을 구하고 효율을 사용하여 에너지 수지로부터 최종상태를 규정한다. 가역과정에서의 또 다른 방법으로는 엔트로피 생성항을 0으로 두고 엔트로피 수지를 적용한다.

## 4.12 최적 일과 열전달

- 열린 계에서 운동에너지와 퍼텐셜 에너지를 무시하면

$$d\underline{U} = \sum_{\text{inlets}} H^{in} dn^{in} - \sum_{\text{outlets}} H^{out} dn^{out} + d\underline{Q} - Pd\underline{V} + d\underline{W}_S$$

$$d\underline{S} = \sum_{\text{inlets}} S^{in} dn^{in} - \sum_{\text{outlets}} S^{out} dn^{out} + \frac{d\underline{Q}}{T_{sys}} + d\underline{S}_{gen}$$

- 내부적으로 가역적인 공정에서는  $d\underline{S}_{gen} = 0$

- 유일한 온도  $T_{sys}$  에서만 열전달이 일어난다면 두 식을 결합하여

$$\begin{aligned} d\underline{U} &= \sum_{\text{inlets}} (H^{in} - T_{sys} S^{in}) dn^{in} - \sum_{\text{outlets}} (H^{out} - T_{sys} S^{out}) dn^{out} \\ &\quad + T_{sys} d\underline{S} - Pd\underline{V} + d\underline{W}_S - T_{sys} d\underline{S}_{gen} \end{aligned}$$

- Exergy ( $B = H - T_0 S$ ) 를 이용하면

$$d\underline{U} + Pd\underline{V} - T_0 d\underline{S} = \sum_{\text{inlets}} (B^{in}) dn^{in} - \sum_{\text{outlets}} (B^{out}) dn^{out} + d\underline{W}_S - T_0 d\underline{S}_{gen}$$

- 정상상태로 흐를 때

$$\sum_{outlets} (B^{out}) dn^{out} - \sum_{inlets} (B^{in}) dn^{in} = d\underline{W}_s - T_0 d\underline{S}_{gen}$$

- 잃은 일  $T_0 S_{gen}$  은 열전달이 없는 경우에는 모호하다.

$$(\Delta H - T_0 \Delta S) dn^{out} = d\underline{W}_s - T_0 d\underline{S}_{gen} \quad \Delta H = W_s, -T_0 \Delta S = -T_0 S_{gen}$$

• 닫힌 계에서는

$$d\underline{U} + P d\underline{V} - T_0 d\underline{S} = d\underline{W}_s - T_0 d\underline{S}_{gen}$$

- 일정압력에서는  $dH - T_0 dS = dB = dW_s - T_0 dS_{gen}$

- 압력이 일정하고 온도가  $T_0$  이면  $dB = dG$ . 여기서  $G = H - TS$

- 계가  $T_0$  로 일정하면  $A = U - TS$ 를 이용하면  $dB = dA$

$$d\underline{U} - T_0 d\underline{S} = d\underline{W}_s - P d\underline{V} - T_0 d\underline{S}_{gen}$$

• 유용성분석은 엔트로피 생성을 결정하기 위해 사용될 수 있음

- **분리를 위한 최소일:**

등온공정에서 주입량 F에 대하여 생산량 P와 부생산 성분 B를 얻기 위한 일

- 정상상태 에너지 수지식  $0 = H_F \dot{n}_F - H_B \dot{n}_B - H_P \dot{n}_P + \underline{\dot{Q}}_{rev} + \underline{\dot{W}}_S$
- 이상용액에서 혼합열이 없으므로

$$H_F \dot{n}_F - H_B \dot{n}_B - H_P \dot{n}_P = \left( \sum x_i H_i \right) \dot{n}_f - H_B \dot{n}_B - H_P \dot{n}_P = 0$$

- 그러므로 에너지 수지식은  $\underline{\dot{Q}}_{rev} = -\underline{\dot{W}}_S$
- 온도 T에서 열교환이 일어나는 정상상태 엔트로피 수지식은

$$0 = T(S_F \dot{n}_F - S_B \dot{n}_B - S_P \dot{n}_P) + \underline{\dot{Q}}_{rev}$$

- 주입흐름의 엔트로피  $\dot{n}_F S_F = \dot{n}_F \sum x_i S_i - \dot{n}_F R \sum x_i \ln x_i$  를 대입하면

$$0 = T(\dot{n}_F \sum x_i S_i - \dot{n}_F R \sum x_i \ln x_i - S_B \dot{n}_B - S_P \dot{n}_P) + \underline{\dot{Q}}_{rev} = -\dot{n}_F RT \sum x_i \ln x_i + \underline{\dot{Q}}_{rev}$$



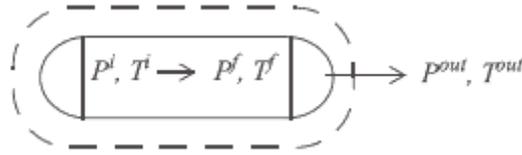
$$RT \dot{n}_F (x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2)_F = \underline{\dot{Q}}_{rev}$$

- 성분 2가 원하는 화학종이라면

$$\frac{RT \dot{n}_F (x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2)_F}{\dot{n}_2} = \frac{RT (x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2)_F}{x_2} = \frac{\underline{\dot{Q}}_{rev}}{\dot{n}_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{-RT (x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2)_F}{x_2} = \frac{\underline{\dot{W}}_S}{\dot{n}_2}$$

## 4.14 비정상상태의 열린 계

### • 예제 4.19



- 에너지 수지와 엔트로피 수지

$$\text{질량 수지: } dn = -dn^{out}$$

$$\text{엔트로피수지: } \frac{d(nS)}{dt} = -S^{out} \frac{dn^{out}}{dt} \Rightarrow ndS + Sdn = -S^{out} dn^{out}$$

- 엔트로피 수지는

$$ndS + Sdn = -S^{out} dn^{out} \text{ 혹은 } \Delta S = 0 \text{ 이다. 비열이 일정한 이상기체에 대하여}$$

$$\Delta S = C_v \ln(T_2 / T_1) + R \ln(V_2 / V_1) = 0$$

- 그러므로

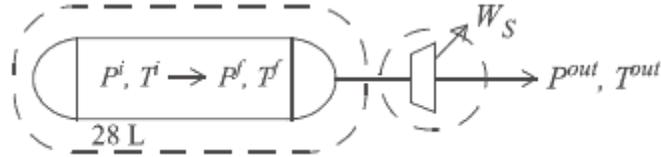
$$\Delta S = C_v \ln(T_2 / T_1) + R \ln((T_2 P_1) / (P_2 T_1)) = (C_v + R) \ln(T_2 / T_1) - R \ln(P_2 / P_1)$$

〈식 \*ig〉

$$(T_2 / T_1) = (P_2 / P_1)^{(R/C_p)}$$

〈식 \*ig〉

- 예제 4.20 터빈에서 새는 이상기체



- 가역터빈은  $(S^{out} - S^{in})\dot{n} = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$

$$T^{out} = T^i \left( P^{out} / P^i \right)^{R/C_P} = 42.3 \text{ K}$$

$$T^f = T^i \left( P^f / P^i \right)^{R/C_P} = 42.3 \text{ K}$$

- 총 에너지 수지식은  $d(nU) = H^{out}dn + d\underline{W}_s$  이므로

$$n^f U^f - n^i U^i = H^{out}(n^f - n^i) + \underline{W}_s$$

$$\underline{W}_s = n^f (U^f - H^{out}) - n^i (U^i - H^{out})$$