Non-Darcy 다공성 유체층의 대류물질전달 해석

송항옥(학), 윤도영(정), <u>조규택</u>(학)
광운대학교 공과대학 화학공학과

An Analysis of Convective Mass Transfer in Non-Darcy Porous Layers

H.-O. Song, D.-Y. Yoon and <u>K.-T. Cho</u>
Department of Chemical Engineering
Kwangwoon University, Seoul 139-701, Korea

<u>서론</u>

자연대류는 중력장에서 온도 또는 농도차에 의하여 유발되는 부력 또는 표면장력의 변화가 점성및 확산력을 극복할 때 발생한다. Ostrach[1]는 화학증착 공정에서 고순도의 결정성장에 대한 자연대류의 역효과를 보고하였으며, 충전탑에서의 물질전달, 원자로의 냉각, 막이나 촉매담체의 기공, 열교환기 설계, 반도체 프로세싱 공정 및 원유채취 등에서 수반되는 열 또는 물질전달은 다공질 유체층에서의 전달현상과 깊은 관련이 있는것으로 알려져 있다.[2-4] 따라서 자연대류의 발생으로 인해 유발되는 전달량 상관식에 대한 연구는 공정의 설계 및 제어에 있어서 실질적으로 중요한 역할을 한다고 말할 수 있다.

다공질 유체층은 균질 유체층에서 보다 유동방정식이 다양하며, 그 한예로써 Darcy 유동 모델이 있다. 이 Darcy 유동모델은 가장간단한 유동방정식으로, 평균유속이 압력차와 선형관계를 이루고, 다공성 매질의 투과도가 작아 매질내에 포화되어 있는 유체의 유속이 작은 경우의 유동모델에 일반적으로 적용된다. 이때에는 전달량이 Darcy-Rayleigh 수의 1승에 비례한다. 공극률이 0.4이하인 대부분의 다공질층에 대하여, 외력으로 간주되는 Darcy-Rayleigh수가 매우 클경우에는 Forhheimer 모델의 적용이 합리적이다. Bejan[5]은 위수해석법에 의거하여, 열전달량에 대한 상관식을 제의한 결과 Forchheimer의 모델에서는 Darcy- Rayleigh수의 1/2승에 비례함을 보고 하였다. 전달상관식의 유도에 있어서, Cheung[6]의 방법은 비교적 합리적이며, 여기에서는 유체층이 3영역 즉,열경계층, 점성경계층, 난류중심영역에서의 연속적인 온도분포하에서 열전달상관식을 유도되어 진다. 이 방법을 기초하여, 윤[7]은 Darcy 모델과 Forchheimer모델 각각에 대한 열전달 상관식을 유도한바 있다. 그결과 상관식간의 분기점이 Prandtl 수의 함수 일것이라는 Bejan 의 주장에 반하여, 분기점이 관성계수와 투과도에 의존할 것을 제의하였다.

본연구에서는 수평 다공성 매질에서 유발되는 자연대류에 의한 전달 상관식을 보다 엄밀히 유도하고자 한다. 또한 열전달과 물질전달의 유사성에 입각하여, 전기도금계의 물질전달 실험자료로부터 이론적 결과를 검증하고자 한다. 본 연구의 결과는 열및 물질전달이 수반된 다공성매질층에서의 공정의 전달량 예측에 있어서 널리 활용될 수 있을 것이다.

열전달 상관식

본 연구에서는 수평다공질 매질층의 유동을 해석하기 위해 그림 1에 나타난 계를 기본계로 설정하였다. 여기에서 Darcy-Rayleigh 수인 Ra_D 가 매우 큰 것으로 가정되므로 Forchheimer 모델을 유동방정식으로 채택하였다. Forchheimer유동 모델하에서, 본연구에서 고려되는 계를 지배하는 기본 방정식은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\alpha \frac{d\overline{T}}{dz} = \overline{w\theta} + \alpha \frac{d\overline{T}}{dz}\Big|_{z=0} \tag{1}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - \alpha \nabla^2 \right] \theta = -w\frac{d\overline{T}}{dz} - \left[(\vec{u}\cdot\nabla)\theta - \overline{(\vec{u}\cdot\nabla)\theta} \right] \tag{2}$$

$$\vec{u} + \frac{b_0 k}{\nu} |\vec{u}|\, \vec{u} = \frac{k}{\mu}\left[-\nabla P + g\rho \right] \tag{3}$$

여기서 종속 변수들은 $T = \overline{T(z)} + \theta$ 와 같이 평균치와 요동치의 합으로 분해되어 있다. 식 (1)과 식(2)는 Cheung에 근거 하였고, 식(3)은 Forchheimer유동의 지배 방정식[8]이다. 여기서 b_0는 관성계수이다. 위의 식은 Darcy의 유동 모델과는 달리 우변의 압력항이 속도 크기의 2차식으로 꾸며져 있어 관성의 효과를 보여준다. 본연구에서는 다공성 유체층에서 외력이 지나치게 큰 경우에 유체층의 영역을 재조정하여, 열경계층과 난류중심부만의 온도분포로부터 열전달식을 유도하고자 한다. 이는 외력이 매우커서 관성항이 지배적일거라는 가정하에 점성층의 영향은 무시될수 있다는 사실에 기인된것이다.

대류가 가시화되는 시점부근에서는 열침투 깊이층 $0<z<\delta_t$, 난류 중심부 $\delta_t<z<L/2$ 같이 2영역으로 나타낼수 있다. 여기서 δ_t 와 L은 열침투깊이와 유체층의 깊이를 각각 나타낸다. 이는 Ra_D가 매우 크기 때문에 관성력이 점성층의 영향을 지배할 것이므로, 점성층의 영역을 제외시 했기 때문이다.

열침투깊이내에서는 분자전달이 에디전달보다 지배적일것이라는 가정과 Darcy항과 부력항이 비슷한 크기일것이라는 가정하에서 다음의 식이 근사된다.

$$\Delta T_t \sim \left[\frac{q_w \nu}{Kg\beta} \right]^{1/2} \tag{4}$$

부여된 ΔT 로 열침투 깊이의 온도차를 보정하면 다음식과 같이 된다.

$$\overline{T_{\delta_t}} = c_1 (Kg\beta)^{-1/2} (q_w \nu)^{1/2} - \Delta T \tag{5}$$

여기서 α, ν, K, g, β, q_w 와 c_i $(i=1,2,3)$ 는 열확산도, 동점도, 투과도, 중력가속도, 부피팽창계수, 벽면열속 그리고 임의의 상수를 각각 나타낸다.

난류 중심부에서는 에디전달이 분자전달을 지배할것으로 기대된다. 또한, 관성력과 부력항이 평형을 유지하여 다음의 관계가 유도된다.

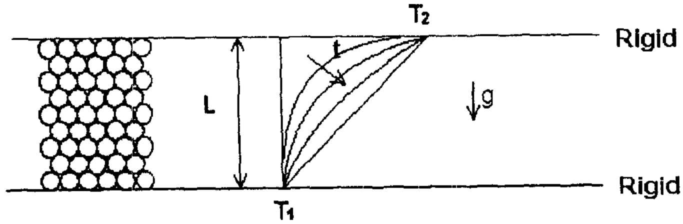

그림 1. 수평 다공성 유체층.

$$\overline{T_c} \sim \left(\frac{b_0}{g\beta}\right)^{1/3} q_w^{2/3}\left[\ (z/L)^{2/3} + c_2\right] \qquad (6a)$$

$$= c_3\left(\frac{b_0}{g\beta}\right)^{1/3}\left[\ c_2 + (1-\eta\ \xi)^{2/3}\right] \qquad (6b)$$

여기서 $\xi = \delta_{\nu}/L$ 이다.

이상의 결과로 부터 열침투층의 끝부분 온도와 난류중심부의 온도를 일치시키면, $z=\delta_t$ 에서 식(10)와 식(16)은 다음의 관계를 갖는다.

$$c_1\left(\frac{q_w \nu}{Kg\beta}\right)^{1/2} - \Delta T = c_3(b/g\beta)^{1/3} q_w^{2/3}\left[\ c_2 + (\delta_t/L)^{2/3}\right] \qquad (7)$$

윗식을 정리하면 다음과 같다.

$$Nu = \frac{Ra_D^{1/2}}{\left[\ c_1(Nu \cdot Ra_D)^{-1/6} + c_2 Y^{1/3}(1 + c_3(Nu \cdot Ra_D)^{-1/3})\right]^{3/2}} \qquad (8)$$

여기서 $Y = \dfrac{Da}{\Pr \cdot Kc}$, $Ra_D = \dfrac{Kg\beta L}{\alpha\ \nu}\Delta T$ 인 Darcy-Rayleigh수, $Nu = \dfrac{hL}{K}$ 인 Nusselt수, $Da = \dfrac{K}{L^2}$ 인 Darcy수, $KC = \dfrac{1}{bL}$ 으로 표시되는 Karman-Cozeny수 이다.

위의 상관식에서 $Y \to 0$ 인 경우에는 $Nu = c_1^* Ra_D$ 인 관계를 보여주며, 이는 Darcy 의 영역으로서 윤[7]에 의한 $N = 0.00526 Ra_D$ 를 다음과 같이 도입할 수 있다.

$$Nu = \frac{0.01953\ Ra_D^{1/2}}{\left[\ (Nu \cdot Ra_D)^{-1/6} + c_1^{*} Y^{1/3}(1 + c_2^{*}(Nu \cdot Ra_D)^{-1/3})\right]^{3/2}} \qquad (9)$$

반면에 $Y \to \infty$ 인 경우에는 $Nu = c_1^*(Ra_D/Y)^{1/2}$ 의 결과를 보여준다. 따라서

Darcy 영역과 Forchheimer 영역의 분기는 Y수로서 결정되어 짐을 볼수 있다. 이를 종합하여 그림 2에 나타내었다. 그림에 보이듯이, Nusselt수와 Darcy- Rayleigh 수간의 기울기가 1 인것은 Darcy의 법칙을 만족하는 영역을 나타내는 반면, Forchheimer의 유동모델에서는 Nusselt수가 Darcy-Rayleigh수의 1/2승에 비례함을 볼수 있다. 열전달과 물질전달의 상이함을 이용하여, 전기도금 실험의 결과를 적용시켜, 최소 자승법을 이용하여 실험상수의 값을 구하면 다음과 같은 전달식이 유도된다.

$$Sh = \frac{0.01953\ Ra_D^{\ 1/2}}{[\ (Sh\cdot\ Ra_D)^{-1/6} + 3.661\ \overline{Y}^{1/3}(1 - 156.6\,(Sh\cdot\ Ra_D)^{-1/3})]^{\ 3/2}} \quad (10)$$

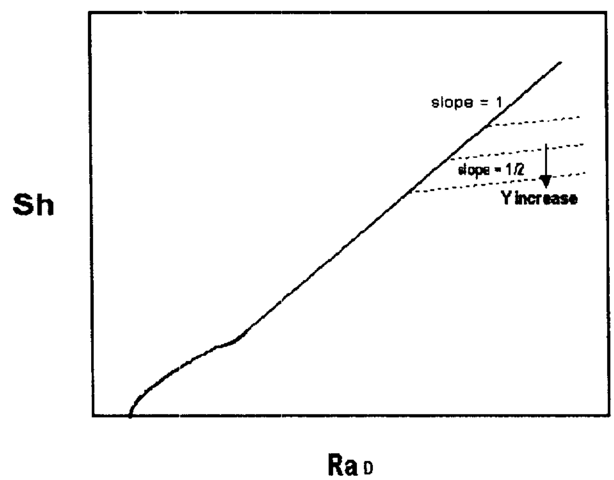

그림 2. 수평다공성 유체층의 열전달상관관계.

참고문헌

1) Ostrach, S., *J. Fluid Eng.*, **105**, 5(1983).
2) Horton, C.W. & Rogers, F.T., *J. Appl. Phys.*, **16**, 367(1945).
3) Katto,Y. & Masuoka, T., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **10**, 297(1967).
4) Geogiadis,J.G. & Catton,I., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **28**, 2389(1985).
5) Bejan, A.,2nd ASME-JSME Joint Thermal Engineering Conf., Honolulu 1987.
6) Cheung, F.B., *J. Fluid Mech.*, **97**, 734(1980).
7) 윤도영, 서울대학교 공학박사학위논문 (1990).
8) Forchheimer, P.H., *Zeit.des Vereines Deut.Ing.*, **45**, 1782 (1901).